UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA MATANZA

Departamento de Ciencias Económicas

Informe final del Proyecto PICE N° 004 - CURSO INTEGRADO DE MATEMÁTICA I SEMIPRESENCIAL (para alumnos recursantes)

Período de desarrollo del proyecto: 01-11-2010 al 31-10-2011

Integrantes:

<u>Director del proyecto</u>: Dr. Osvaldo Jorge Galardo

<u>Investigadores</u>: Lic. Olga Hrynkiewicz

Cdor. Jorge Salvel

Resumen

El proyecto tuvo por objetivo desarrollar el curso de Matemática I semipresencial, para

alumnos recursantes, aplicando explícitamente procedimientos heurísticos a efectos de

que los alumnos integren el marco teórico con las aplicaciones, con el propósito de

aumentar su grado de destreza para resolver fundadamente problemas de Cálculo.

Debido al enfoque heurístico, se utilizó una metodología abierta para cada alumno en

base a tres componentes conceptuales centrales: 'números reales' como objetos

matemáticos elementales, 'función' como operador matemático general y 'límite

funcional' como operador específico.

La red de conocimientos requirió un diseño flexible compatible con el criterio heurístico y

los conocimientos previos de los alumnos; en consecuencia, partiendo de 'límite

funcional' para funciones f: R→R se podía acceder por distintos recorridos al total del

programa.

Los resultados obtenidos muestran la conveniencia de: A) aplicar la metodología

heurística propuesta en cursos híbridos de Cálculo; B) extender las investigaciones para

enriquecer la metodología heurística y evaluar su posible aplicación en cursos

presenciales.

Palabras clave: Cálculo; heurística; metodología; cursos híbridos; experto

INTRODUCCIÓN

Selección del tema:

El curso de Matemática I en el Departamento de Ciencias Económicas de la UNLaM trata los temas de Cálculo de 1 variable; constituye la materia de base para el resto de las materias matemáticas de las distintas carreras del Departamento y en su desarrollo se muestran importantes aplicaciones del Cálculo a las Ciencias Económicas. En ambos aspectos, se requieren conocimientos matemáticos actualizados adecuadamente integrados a los casos específicos de la Ciencias Económicas.

Definición del problema:

Como se dijo antes, la formación de profesionales en Ciencias Económicas exige el dominio de recursos matemáticos de aplicación en la profesión de los egresados. Sin embargo, las aplicaciones profesionales constituyen una etapa superior de maduración intelectual que requiere: A) el dominio de los fundamentos matemáticos, y B) el entrenamiento en la resolución de problemas matemáticos "puros"; C) la integración de A) y B) en la especialidad elegida.

El problema a resolver consiste entonces en lograr que los alumnos con cierta formación preliminar en Cálculo -ya que se trata de recursantes- alcancen una mínima etapa de maduración matemática que les facilite el largo proceso que los lleve de novatos a expertos¹.

Sin embargo, y como lo muestra la práctica cotidiana, esto no es tan sencillo por razones que se conocen desde hace algunas décadas: los expertos llegan a acumular, e integrar, varios miles de patrones de análisis y resolución de problemas que les permiten resolver los temas de su especialidad. Y tardan para alcanzar tal madurez profesional no menos de 10 años².

-

¹ Wankat y Oreovicz (1993), pp. 68

² Simon (1979)

Justificación del estudio:

Existe una extensa bibliografía dedicada a la enseñanza de la Matemática Universitaria y debido al gran desarrollo de la Informática existen numerosos y variados cursos a distancia aplicando TIC.

Actualmente es posible diferenciar - en E-learning - experiencias puras y experiencias híbridas (hybrid courses o blended learnig)³; las primeras son los cursos totalmente a distancia y las híbridas - a las que pertenece esta investigación- combinan la actividad a distancia con clases presenciales.

El uso de TIC tiene, en el caso de la Matemática, dos aspectos que favorecen la enseñanza integral: 1) el empleo de métodos computacionales que facilita los cálculos y gráficos; 2) la posibilidad de consultas frecuentes que constituyen una condición esencial para la aplicación de métodos heurísticos y –en consecuencia- la elaboración de patrones de análisis y razonamiento integrado por parte de los alumnos.

Limitaciones:

- 1. Brevedad del período de aplicación de la metodología: se aplica durante un año y debido al momento de inicio y finalización del proyecto se puede aplicar sólo en un cuatrimestre de clase.
- 2. Por lo expresado en el punto anterior, se trata de un estudio de casos, por lo que no es posible obtener conclusiones de valor estadístico.

Alcances del trabajo:

La experiencia se realizó sobre dos cursos y por lo tanto los resultados -que corresponden a un proceso recién iniciado- pueden emplearse como referencia para nuevos cursos semipresenciales.

Objetivos:

Desarrollar y aplicar una metodología de enseñanza del Cálculo de 1 variable en forma semipresencial con trayectorias conceptuales de conformación variable, según el tipo de

³ Juan; Huertas; Trenholm y Steegman -compiladores- (2012)

alumno y su comportamiento de estudio, en base a procedimientos heurísticos de uso sistemático.

Hipótesis:

Es factible desarrollar y aplicar la enseñanza semipresencial del Cálculo de 1 variable que:

- 1. Sea matemáticamente rigurosa en sus fundamentos.
- 2. Tenga recorrido conceptual variable.
- 3. La resolución de problemas integre los fundamentos con las aplicaciones, proveyendo al alumno con recursos heurísticos que lo inicien en el proceso de paso de novato a experto.

DESARROLLO

Material

- <u>Lugar y tiempo de la investigación</u>: la investigación se desarrolló con alumnos de Matemática I que trabajaron el 80% en sus hogares y el 20% en los laboratorios de informática de la UNLaM, empleando la plataforma MIEL.
 - La investigación completa se realizó entre 01-11-2010 y el 31-10-2011
- <u>Descripción del objeto de estudio</u>: alumnos de los cursos de Matemática semipresencial del 1° cuatrimestre del 2011. Además, se continuó la experiencia con alumnos del 2° cuatrimestre del 2011 con los que se completará la actividad prevista, que concluye en Diciembre de 2011. Sobre este último punto, se deja constancia que la actividad de los alumnos del 2° cuatrimestre se desarrolla según lo previsto y con respuestas de trabajo similares a las obtenidas anteriormente.
- Descripción de población y muestra: se trabajó con el total de las 3 comisiones de Matemática I semipresencial (1 comisión del 1°cuatrimestre y 2 del 2° cuatrimestre del 2011).

Métodos

• <u>Diseño de la Investigación</u>:

- 1) Clase presencial inaugural en la cual se completará una encuesta de perfil de los alumnos. En dicha clase se explicará y ejemplificará el método de trabajo, que consistirá en : A) trabajar en el análisis y resolución de problemas de Cálculo I, que tendrán composición variable de aspectos teóricos, aplicaciones matemáticas puras y aplicaciones económicas; B) la aplicación de una Guía de Heurística y una Estrategia para la Resolución de Problemas heurística, que se entregarán vía plataforma, . (ver Anexo 1)
- 2) El desarrollo de las clases vía Internet mediadas por la plataforma, donde se podrán consultar los distintos aspectos asociados a los problemas que se presentarán, al principio comunes a todos y -según el avance individual-diferenciados. (ver algunos casos -tal como se desenvolvieron- en Anexo 2).
- 3) Se tomarán parciales y finales presenciales.
- 4) Se tomará una encuesta de fin de curso (ver Anexo 1)

Resultados:

- I. Perfil de los alumnos que ingresaron al curso: la encuesta detallada puede verse en el anexo 1, pero son relevantes los siguientes datos: A) el 69% de los alumnos trabaja; B) el 39% cursó la materia más de 2 veces y un 38% nunca rindió final; C) el 69% ocupó anteriormente sólo 5 hs. semanales al estudio de Matemática I; D) el 90% estudia por apuntes y el 52% también utiliza textos; E) la nota máxima obtenida anteriormente en parciales fue 5 puntos; F) todos los temas centrales de Matemática I les resultaron de difícil comprensión.
- II. <u>Participación y aprobación</u>: es relevante destacar que los abandonos se produjeron en su mayoría hasta el 2° mes de clase y el 24% de alumnos que aprobaron el 1° parcial, aprobaron el final (en el grupo del 1° cuatrimestre 2011, con una tendencia similar en el grupo del 2° cuatrimestre 2011-ver Anexo 1-).
- III. Como se ve en el Anexo 2, los alumnos que completaron la materia mantuvieron un intercambio intenso y fluido con los tutores, que incluye consultas que muestran la evolución en el trabajo matemático.
- IV. Como se puntualizó anteriormente, por tratarse de un estudio de caso no se pueden manejar datos estadísticos, ni mediciones pasibles de análisis de confiabilidad.

• <u>Discusión</u>:

- 1) En la enseñanza del Cálculo de una variable mediante TIC, confluyen dos líneas de trabajo que se superponen y en algunos casos se integran indiferenciadas: las tecnologías y las metodologías. La presente investigación pertenece al campo de la metodología y hace uso de cierta base tecnológica de uso exitoso en la UNLaM: la plataforma MIEL.
- 2) En el campo de las metodología conviven distintas líneas o enfoques de un problema en sí mismo extremadamente complejo.

Una línea se especializa en las distintas corrientes didácticas aplicables a la enseñanza del Cálculo donde confluyen varios aspectos: cognitivos, estudios históricos y epistemológicos de los contenidos matemáticos y los Programas de Cálculo Simbólico (PCS)⁴.

Otra línea trabaja sobre metodologías centradas en el mejor aprovechamiento de las modernas tecnologías y un fuerte acento en aspectos instruccionales para el manejo eficiente de las computadoras⁵.

Una tercera línea se concentra en las metodologías aplicables para el razonamiento matemático, que puede ir acompañado o no por recursos computacionales y es en esta línea que se inscribe la presente investigación.

- 3) La línea de trabajo elegida intenta aplicar una metodología de resolución en Cálculo, aprovechando la flexibilidad que ofrecen las TIC, pero manteniéndose independientes de las mismas; dicho de otro modo: lo que se explora en esta investigación es la viabilidad de apoyar, facilitar y mejorar el estudio del Cálculo aplicando técnicas heurísticas de resolución de problemas, como una forma de elaborar estrategias de resolución útiles a la Matemática y a cualquier otra actividad, incluyendo las propias TIC. Por brevedad, la llamaremos Línea Heurística (LH).
- 4) La línea Heurística (LH) viene de lejos, modernamente al menos desde Poincaré⁶ y Hadamard⁷, pero una y otra vez los matemáticos se han interesado por las formas creadoras del pensamiento matemático, aunque la

⁵ Juan; Huertas; Trenholm; Steegmann (comp): (2012)

⁶ La Ciencia y el Método (1910)

⁴ Giménez y Machín (2003)

⁷ Psicología de la invención en el campo matemático (1947)

- mayoría de ellos en forma profesional; tal el caso de Hardy⁸ y ejemplos recientes como Krieger⁹, Tao¹⁰ y Shakarchi¹¹.
- 5) Pero para esta investigación se requieren recursos metodológicos aplicables a los alumnos principiantes y en este punto todo lo que se hace en la actualidad, prácticamente, son "notas al pie" de lo realizado por George Polya, empezando por la propia definición moderna de Heurística¹². La deuda con Polya es explícitamente reconocida por casi todos los autores modernos que trabajan en esta línea y han aportado desarrollos refinados y propuestas detalladas de aplicación efectiva en la enseñanza de la Matemática Universitaria y en la Ingenierías en general. Entre los aportes actuales se destacan Wankat & Oreowicz (1993); JETS (2008) y Malouff (2009), por el grado de desarrollo fino de la ideas de Polya.
- 6) Las precisiones anteriores son imprescindibles para ubicar esta investigación en la línea de trabajo en que se desenvuelve y aunque se reconocen los aportes que se dan en otras corrientes, había que hacer una elección y se eligió LH por su capacidad potencial de aplicación inmediata en las clases. Conviene insistir en que la
- 7) La evaluación de lo realizado muestra que la dinámica resultante de la aplicación de recursos heurísticos, facilitó la integración del material con los métodos y aumentó el tiempo que los alumnos dedicaron a la materia. De los ejemplos del Anexo 2 surge que los alumnos aumentaron su grado de participación efectiva en el aprendizaje del Cálculo y aquellos que superaron los dos meses de cursada, llegaron exitosamente al final de la materia. Aquí jugó un papel determinante el hecho de que la resolución de problemas exigió frecuentes revisiones de las bases teóricas y la superación de dudas, algunas de ellas muy básicas. De ahí el aumento del tiempo de trabajo que se realizó incluso en fines de semana.
- 8) Aunque esta investigación no ofrece -ni, por sus características, puede ofrecerresultados estadísticamente contrastables, sugiere, en cambio, la viabilidad del empleo de recursos heurísticos en la enseñanza del Cálculo, no ya como una fundamentación de alcance general, sino como una forma de acumular

¹⁰ Solving Mathematical Problems (2006)

⁸ Autojustificación de un matemático (1981; primera edición: 1940)

⁹ Doing Mathematics (2003)

¹¹ Problems and Solutions (1998)

¹² Polya (1998; primera edición: 1944), pp.102

experiencia específica en la enseñanza del Cálculo, siguiendo un camino que construye opciones exitosas para temas particulares. Esta forma de trabajo es corriente en la práctica matemática¹³. La flexibilidad proporcionada por el método heurístico permitió emplear variados recursos como esquemas, gráficos, conjeturas y ejemplos particulares.

- 9) Los resultados de la investigación sugieren la conveniencia de continuar explorando esta vía de enseñanza del Cálculo, incluso aplicándolo en programas de la materia que contengan enfoques vectoriales, porque la forma de trabajo híbrida facilita la apertura a enfoques diferentes del Cálculo.
- 10) Finalmente, se sugiere una vía específica de aplicación del método heurístico empleado aquí, orientada al entrenamiento en modelización económica de los futuros licenciados en Economía.

-

¹³ Conocida como método "bottom-up" en la clasificación de Awodey (2004)

<u>Bibliografía</u>

Angel, A; Huertas, M: et.al.-comp. (2012): *Teaching Mathematics Online: emergent Technologies and methodologies*, IGI Global, USA

Awodey, S. (2004): An Answer to Hellman's question, Philosophia Mathematica, 12, 54-64

Engel, A. (1998): Problem Solving Strategies, Springer, New York

Hardy, G. (1981): Autojustificación de un matemático, Ariel, Barcelona

Jones, M. (1998): Fourteen Powerful Techniques for Problem Solving, Three Rivers Press, New York

JETS (2008): Problem Solving Strategies, Junior Engineering Technical Society

Krieger, M: (2003): *Doing Mathematics*, World Scientific Publishing, London

Lee, I. (2004): Creative Strategy in Problem Solving, Princeton University

Malouff, J. (2009): Fifty problem Solving Strategies Explained, UNE, Australia

Poincaré, H. (1910): La Ciencia y el Método, Gutenberg, madrid

Polya, G: (1997): Cómo plantear y resolver problemas, Trillas, México

Schoenfeld, A. (1995): Mathematical Problem Solving, Academic Press, New York

Shakarchi, R. (1998): Problems and Solutions for Undergraduate Analysis, Springer,

New York

Tao, T. (2006): Solving Mathematical Problems, Oxford UN. Press, Oxford

Wankat, P; Oreovicz, F: (1993): Teaching Engineering, Knovel, USA

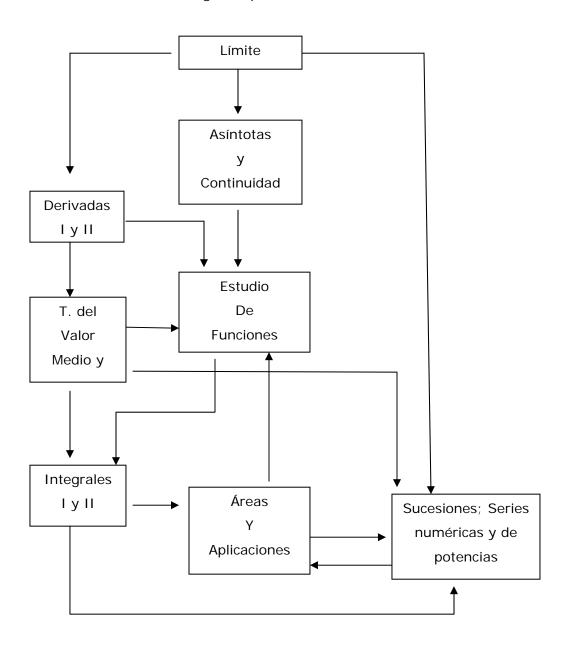
MATEMÁTICA I SEMIPRESENCIAL - PROGRAMA 2011

- 1. Números reales. Conjuntos acotados.
- Entorno de un punto. Punto de acumulación. Límite de una función. Definición de límite. Propiedades de los límites. Límites laterales. Límites infinitos. Límite de operaciones con funciones. Límites básicos. Cálculo de límites.
- 3. Asíntotas. Continuidad. Discontinuidad. Tipos de discontinuidad. Operaciones con funciones continuas. Continuidad y composición de funciones. Propiedades de las funciones continuas. Teorema de Weierstrass. Teorema de Bolzano.
- **4.** Razón de cambio. Recta tangente. Derivada. Derivadas laterales. Existencia de la derivada. Lectura gráfica y vínculo entre derivada y tangente. Reglas básicas de derivación. Ejercicios. Problemas.
- 5. Regla de la cadena. Regla de la cadena (forma alternativa). Regla de la potencia generalizada. Otras reglas básicas de derivación. Fórmula del producto ingreso marginal. Problemas económicos. Derivada logarítmica. Derivada de funciones inversas. Método de Newton. Derivadas de orden superior. Diferenciales. Derivadas de funciones implícitas. Ejercicios.
- **6.** Funciones crecientes y decrecientes. Máximos y mínimos. absolutos. Máximos y mínimos locales. Concavidad. Puntos de inflexión. Resolución de problemas de máximos y mínimos. Dibujo de curvas.
- 7. Teorema de Rolle. Teorema del valor medio para derivadas (Lagrange). Teorema de Cauchy. Regla de L'Hôpital (cálculo de límites indeterminados). Polinomios de Taylor. Fórmula de Taylor. Elasticidad de la demanda. Estudio de funciones económicas. Función total, marginal y media. Elasticidad.
- **8.** Antiderivada o primitiva. Integral indefinida. Propiedad de linealidad. Método de sustitución. Método de integración por partes. Método de integración por fracciones simples. Combinación de métodos. Aplicaciones económicas.
- 9. Integrales definidas. Propiedades. Función integral. Teorema fundamental del cálculo. Regla de Barrow. Otras propiedades de las integrales definidas. Cálculo de integrales definidas por el método de sustitución. Cálculo de integrales definidas usando integración por partes. Integrales de funciones definidas a salto. Integrales impropias._Cálculo de áreas. Aplicaciones económicas. Superávit de consumidores. Superávit de productores. Coeficiente de Gini.

10.	Series numéricas. La serie geométrica. Series convergentes y divergentes. Propiedades generales. Criterios para determinar si una serie es convergente o divergente. Series alternadas. Convergencia absoluta.

MATEMÁTICA SEMIPRESENCIAL

Diagrama por unidades



<u>1er Informe sobre el "Curso Integrado de Matemática I Semipresencial, para alumnos recursantes" del Departamento de Ciencias Económicas de la UNLaM.</u>

Toma la palabra el Dr. Osvaldo Galardo quién informa que, teniendo en cuenta el Gantt detallado en el punto 17 de la presentación del Proyecto (PICE 2010), se han cumplido en tiempo y forma, hasta el momento, todas las actividades previstas. Agrega además que, oportunamente, se pondrá a disposición de la comunidad educativa un informe completo sobre el grado de avance del Proyecto.

A continuación cede la palabra a los tutores, Olga Hrynkiewicz y Jorge Salvel, quienes hacen un resumen sobre el desarrollo en el aula virtual. Comentan que el día 6 de abril de 2011 fue el inicio de clases. Se realizó en forma presencial y tuvo tres momentos:

- 1) encuesta inicial y evaluación preliminar del nivel de los alumnos
- 2) detalle de las características del curso y presentación de la Plataforma Miel de la UNLaM
- 3) clase teórica- práctica donde se explicó la metodología de resolución de problemas que se empleará (el proceso heurístico)

Luego de hacer una síntesis de cada uno de los puntos destacan ciertas actitudes de los estudiantes. Sin ánimo de hacer un examen riguroso, de 27 alumnos inscriptos en el curso, sólo 13 se hicieron presentes a la primera clase presencial y de los 14 restantes, 7 nunca accedieron al aula a pesar de habérseles enviado avisos y su correspondiente clave para hacerlo. Se comenzó entonces con 26% de Ausentes.

Teniendo en cuenta que el proceso de enseñanza-aprendizaje se apoya en un proceso de "inmersión intelectual", los docentes subrayan como interesante los distintos matices que desarrollan los alumnos en esta nueva modalidad generada dentro de entornos virtuales en donde, paradójicamente, la distancia entre el profesor y el estudiante es mucho menor. Teniendo en cuenta su participación se puede hablar de estudiantes responsables y comprometidos, otros con participación normal y aquellos con menos interés. De ninguna manera esta clasificación pretende juzgar el actuar de quienes, seguramente, han tenido razones más que fundamentadas que justifican el ausentismo o el abandono. Prueba de ello son las distintas respuestas que dieron quienes tuvieron escasa participación o desertaron: "gracias profe por su aliento pero cuento con poco tiempo para dedicarle al curso"; "debo dedicar mucho tiempo y este cuatrimestre no lo tengo, por favor profe no lo tome a mal"; "pensé que podía hacerlo pero mi trabajo me demanda más tiempo que antes"; "problemas familiares hacen que no esté motivado pero el próximo cuatrimestre intentaré nuevamente, gracias por el apoyo"; etc.

En cuanto a la metodología, si bien el curso es único, existe una división entre la teoría y la práctica. La teoría se desarrolló sobre todo en el foro y con menor intensidad en tutorías donde tuvo una mayor relevancia la práctica.

Encabezado por los temas más significativos se hicieron, en el foro, preguntas teóricas con la finalidad de que los alumnos contesten y vayan hilando comentarios que favorezcan el aprendizaje. Si bien al principio no hubo buenos resultados se aconsejó la lectura en "contenidos" del material de lectura obligatorio para dar respuestas correctas. Al poco tiempo se entendió la consigna y el foro se convirtió en un entorno apropiado para la interacción educativa. Para los estudiantes que hoy continúan en el curso, el foro se ha convertido en un espacio de encuentro ya que, en forma ordenada, van cumpliendo con los objetivos comunes de aprendizaje. También cumplen un aporte interesante la visita a distintos sitios de Internet cuyos vínculos se muestran en contenidos. Se sugiere además la consulta a la biblioteca de la UNLaM para obtener recursos adicionales.

En la práctica se insistió en desarrollar los trabajos bajo el método heurístico en donde se integran los fundamentos con las aplicaciones. Se guió a los alumnos en la manera en que debían realizar su tarea, explicando los pasos y procedimientos específicos de la metodología. Se puso el acento más que en la cantidad en la calidad del ejercicio y en la justificación precisa de cada paso.

Se eligieron convenientemente los ejercicios para la Guía de Trabajos Prácticos que los alumnos debían resolver como trabajo obligatorio.

En los casos en que la respuesta por correo resultaba insuficiente para resolver la duda, se elaboró material con los ejemplos y definiciones necesarias, sin dar la respuesta pertinente, pero sí, la necesaria para orientar al alumno.

Los profesores comentan que, tanto en la teoría como en la práctica, se promovió fuertemente la consulta vía correo de toda duda y dificultad, prueba de ello es el contacto diario que se ha tenido y se tiene con los alumnos en el curso.

Continuamente se valoriza y destaca la obtención de cada meta y se da ánimo para continuar con la tarea. Se aumentó la motivación y se estuvo al lado de cada estudiante para disminuir la dificultad que presenta la materia, recordándoles continuamente que los profesores "estamos a un clic de distancia".

El día 14 de mayo fue el segundo encuentro presencial. La clase estuvo enfocada a responder preguntas, resolver algunos ejercicios y comentar la forma en que se desarrollaría el examen parcial.

El día 16 de mayo tuvo lugar, en forma presencial, el primer examen parcial. La evaluación teórica fue con tres preguntas y la práctica se dividió en dos partes, una con nuevas situaciones problemáticas y la otra consistía en completar y/o corregir los ejercicios que aún quedaban pendientes de un resultado satisfactorio.

Ese mismo día se realizó una encuesta sobre "que opinaban del dictado de la asignatura en la modalidad semipresencial", las mismas, que se encuentran a disposición, fueron altamente satisfactorias. En ellas los alumnos reconocieron el permanente acompañamiento de los docentes y destacaron como muy positivo esta nueva forma de aprendizaje.

Por último el Directos del Proyecto comenta que el grupo de alumnos que continúan en el aula virtual están sumamente comprometidos con la asignatura y la metodología aplicada, será tarea de los docentes continuar diseñando estrategias acordes con el objetivo del Proyecto.

2do Informe sobre el "Curso de Matemática I Semipresencial, para alumnos recursantes" del Departamento de Ciencias Económicas de la UNLaM, dictado en el primer cuatrimestre de 2011.

Toma la palabra el Dr. Osvaldo Galardo quién informa que el día 23 de julio finalizó el dictado del primer curso de Matemática I en la modalidad Semipresencial. Recuerda que la actividad académica, que se realizó en el marco del Proyecto PICE 2010, cumplió con las pautas y metas previstas. Subrayó la constante tarea puesta de manifiesto en el aula virtual para que los alumnos logren capacitarse en la resolución de problemas. Por último expresó que "entender qué es lo que se estudia" facilita el paso de "novato a experto" y conduce a una mejor posición para generar hábitos, los que deben trascender el aula y proyectarse a la vida profesional.

A continuación cede la palabra a los tutores, Olga Hrynkiewicz y Jorge Salvel, quienes hacen un análisis resumido del desarrollo del curso.

Comentan que el 6 de abril fue el inicio de clases y el 23 de julio la finalización. Hubo en ese período cinco encuentros presenciales según se detalla a continuación:

Fecha	Motivo	Descripción de la actividad	Lugar
6-04-11	Primera clase presencial	Presentación de la asignatura, encuesta inicial y evaluación preliminar del nivel de los alumnos. Detalle de las características del curso y presentación de la Plataforma Miel de la UNLaM. Explicación de la metodología	Aula laboratorio informático UNLaM
		de resolución de problemas bajo el proceso heurístico.	
14-05-11	Segunda clase presencial	Se explicaron ejercicios tipos, se contestaron preguntas sobre dudas teóricas y se resolvieron trabajos prácticos. Se repasaron los temas más relevantes para el primer parcial.	Aula UNLaM
16-05-11	Primer examen	Evaluación Encuesta	Aula UNLaM
	parcial		

13-06-11	Tercera clase presencial	Se trabajo sobre los ejercicios que presentaban mayor dificultad en su resolución utilizando el método heurístico. Se explicaron temas teóricos relacionados con las preguntas que no tenían una respuesta satisfactoria o completa en el aula virtual.	Aula UNLaM
11-07-11	Segundo	Evaluación	Aula
	examen	Encuesta	UNLaM
	parcial		

De los veinticinco alumnos inscriptos en la lista definitiva, 6 nunca entraron al aula virtual ni asistieron a las clases presenciales a pesar de habérseles enviado avisos y su correspondiente clave para hacerlo. Se comenzó entonces con 24% de Ausentes. De los 19 restantes 3 abandonaron en abril con una participación nula. Otros 3 dejaron en mayo con una participación escasa sin producción alguna, pareciera que entraban al aula sólo para mirar y no respondían preguntas en el foro ni hacían ejercicios, a pesar de incentivarlos continuamente, no mostraron interés. Otros 7 casos fueron similares en cuanto al comportamiento pero lo curioso es que, a pesar de no participar en ninguna actividad, 3 tuvieron su última entrada en el mes de junio y 4 en julio. En ninguno de los casos mencionados se presentaron a los parciales a pesar de las distintas posibilidades ofrecidas para que se integren. Por último los 6 restantes aprobaron la materia con un muy buen desarrollo y participación.

Como bien se dijo en el primer informe, de ninguna manera se pretende juzgar el actuar de quienes, seguramente, han tenido razones más que fundamentadas que justifican, en cada caso, la poca participación, el ausentismo o el abandono. Prueba de ello son las disculpas que presentaron cada uno de los alumnos: "gracias profe por su aliento pero cuento con poco tiempo para dedicarle al curso"; "debo dedicar mucho tiempo y este cuatrimestre no lo tengo, por favor profe no lo tome a mal"; "pensé que podía hacerlo pero mi trabajo me demanda más tiempo que antes"; "problemas familiares hacen que no esté motivado pero el próximo cuatrimestre intentaré nuevamente, gracias por el apoyo"; etc.

Si bien el término distancia o semipresencial nos hace pensar en algo lejano fue, por el contrario, el acercamiento académico lo que caracterizó al curso. El mayor desarrollo teórico se dio en el foro con participaciones complementarias en el sector tutorías. Allí, a partir de temas centrales, se presentaron preguntas que los alumnos debían

responder basándose en la bibliografía expuesta en contenidos, en textos existentes en la biblioteca de la UNLaM, en videos o bien en una página Web cuyo link tenían a su alcance. Al principio no se entendió la consigna de que cada participación debía agregar algo nuevo en cada respuesta, de que debía hilar los comentarios anteriores y hacer crecer el conocimiento. Al poco tiempo de comenzado el curso y con las recomendaciones de los tutores, el aprendizaje colaborativo, de a poco, surgió. Se creó, con quienes participaban, una comunidad de aprendizaje.

El Método Heurístico fue la base del desarrollo sobre todo en los ejercicios prácticos. Luego del primer parcial su aplicación fue menos rigurosa buscando un equilibrio natural, compatible con las numerosas preguntas y re-preguntas. La preocupación por alentar el aprendizaje permitió, en algunos casos, que los alumnos presentaran ejercicios con cierto grado de avance a fin de corregir el desarrollo y la metodología empleada. Una devolución adecuada fue la guía para poder continuarlos, obtener una justificación precisa de cada paso y llegar en forma correcta a su fin.

Los Tutores afirman que se logró un seguimiento individualizado de los alumnos que permitió conocer las voluntades dispuestas a estudiar, el progreso y los logros. Obviamente el escaso número de quienes participaban con asiduidad ayudó. Fue como tener "una clase casi individual" con cada uno.

La fluida comunicación y colaboración del equipo docente permitió hacer, sobre la marcha, ajustes y aportes en favor de una mejor actividad académica no obstante, a modo de reflexión compartida, además de sus logros los Docentes reconocen la enseñanza que les dejaron algunas cuestiones para mejorar, propias de la primera experiencia y fuente de ajustes necesarios para los cursos por venir.

Lejos de querer sobresalir, ya que reconocen que falta mucho por hacer, los Docentes informan los comentarios positivos de las encuestas. Entre otros, los alumnos, marcaron la buena predisposición de los Profesores por su diaria participación en el aula virtual, la celeridad en las respuestas, la motivación constante, el entusiasmo y el compromiso por enseñar. Expresaron que se sintieron cómodos frente a la manera de trabajar y que luego del primer parcial se animaron a preguntar más.

El primer informe presentado incluía comentarios del primer parcial. Respecto a la segunda evaluación se hicieron tres preguntas conceptuales en la parte teórica. La práctica consistió en resolver ejercicios típicos y presentar un trabajo teórico-práctico individual sobre

el tema Series. Dicho trabajo fue muy pautado para que no faltasen los puntos básicos y mínimos.

Por último los Docentes comentan que fue una experiencia gratificante y una buena decisión haber apostado a este desafío educativo, sobre todo porque fue positivo para los alumnos.

Informe sobre el "Curso Integrado de Matemática I Semipresencial, para alumnos recursantes" del Departamento de Ciencias Económicas de la UNLaM.

Generalidades

Esta primera experiencia virtual se enmarca en el Proyecto de Investigación (PICE 2010): "Curso Integrado de Matemática I Semipresencial, para alumnos recursantes". El objetivo es desarrollar y aplicar una metodología de enseñanza del Cálculo de 1 variable en forma semipresencial con trayectorias conceptuales de conformación variable, según el tipo de alumno y su comportamiento de estudio, en base al empleo de una metodología explícita de aplicación sistemática.

Los alumnos inscriptos en el curso cumplen con ciertos requisitos: ser recursantes de la asignatura Matemática I, tener acceso en forma habitual a Internet con alguna experiencia en su navegación, estar dispuestos a desarrollar las actividades académicas programadas y asistir a las clases presenciales que se programen. Se requiere también que el grupo destinatario tenga conocimiento del procesador de textos Word y de su Editor de Ecuaciones. Para quienes no conozcan el Editor se explica en la primera clase presencial.

El curso fue diseñado, teniendo en cuenta el programa de la asignatura, en 4 módulos:

- Módulo I: Números Reales, Límite, Asíntotas, Continuidad.
- Módulo II: Derivadas, Estudio de Funciones.
- Módulo III: Integrales, Cálculo de Áreas.
- Módulo IV: Series.

Para cada tema se ofrecieron contenidos conceptuales, se recomendó bibliografía obligatoria y de consulta, se dejaron links a sitios con lecturas de apoyo y recursos visuales.

En "Contenidos" durante todo el curso estuvo vigente el siguiente material:

- Cronograma y Programa de la asignatura
- Diagrama por unidades
- Documentos de lectura para cada Módulo
- Guía de ejercicios prácticos
- Guía Heurística para la Resolución de Problemas
- Estrategias para la Solución de Problemas

Primera clase presencial

El día 6 de abril de 2011 fue la primera clase presencial y tuvo tres momentos a saber:

- 1) presentación del curso. Encuesta inicial y evaluación preliminar del nivel de los alumnos.
- 2) presentación de la Plataforma MIeL (Materias Interactivas en Línea), es un sistema de Gestión de Educación a Distancia de la UNLaM, en ella se encuentra el Aula Virtual de Matemática I, es de fácil acceso y su uso es sencillo a través de herramientas académicas que facilitan el proceso de enseñanza aprendizaje.
- 3) clase teórica- práctica. Se explicó la metodología de resolución de problemas que se empleará (proceso heurístico) basado en los procedimientos específicos de Polya, JETS y Malauoff. Entender el problema, configurar un plan, ejecutar el plan, mirar hacia atrás.

Contexto

En cuanto a la participación de los veinticinco alumnos inscriptos en la lista definitiva del curso correspondiente al primer cuatrimestre de 2011, 6 nunca entraron al aula virtual ni asistieron a las clases presenciales a pesar de habérseles enviado avisos y su correspondiente clave para hacerlo. Se comenzó entonces con 24% de Ausentes. De los 19 restantes 3 abandonaron en abril con una participación nula. Otros 3 dejaron en mayo con una participación escasa sin producción alguna, pareciera que entraban al aula sólo para mirar y no respondían preguntas en el foro ni hacían ejercicios, a pesar de incentivarlos continuamente, no mostraron interés. Otros 7 casos fueron similares en cuanto al comportamiento pero lo curioso es que, a pesar de no participar en ninguna actividad, 3 tuvieron su última entrada en el mes de junio y 4 en julio. En ninguno de los casos mencionados se presentaron a los parciales a pesar de las distintas posibilidades ofrecidas para que se integren. Por último los 6 restantes aprobaron la materia con un muy buen desarrollo y participación.

Teniendo en cuenta que el proceso de enseñanza-aprendizaje se apoya en un proceso de "inmersión intelectual", se subraya como interesante los distintos matices que desarrollan los alumnos en esta nueva modalidad generada dentro de entornos virtuales en donde, paradójicamente, la distancia entre el profesor y el estudiante es mucho menor. Teniendo en cuenta su participación se puede hablar de estudiantes responsables y comprometidos, otros con participación normal y aquellos con menos interés. De ninguna manera esta clasificación pretende juzgar el actuar de quienes, seguramente, han tenido razones más que fundamentadas que justifican el ausentismo o el abandono. Prueba de ello son las distintas respuestas que dieron

quienes tuvieron escasa participación o desertaron: "gracias profe por su aliento pero cuento con poco tiempo para dedicarle al curso"; "debo dedicar mucho tiempo y este cuatrimestre no lo tengo, por favor profe no lo tome a mal"; "pensé que podía hacerlo pero mi trabajo me demanda más tiempo que antes"; "problemas familiares hacen que no esté motivado pero el próximo cuatrimestre intentaré nuevamente, gracias por el apoyo"; etc.

<u>Metodología</u>

En cuanto a la metodología, si bien el curso es único, existe una división entre la teoría y la práctica. La teoría se desarrolló sobre todo en el foro y con menor intensidad en tutorías donde tuvo una mayor relevancia la práctica. Para todas las actividades el aula virtual estuvo siempre disponible a los alumnos. Los tutores, durante el desarrollo del curso, enviaron correos generales y personalizados a cada alumno con la finalidad de motivarlos a participar, resolver todo tipo de problemas y guiarlos en la tarea.

A pesar de que el término distancia o semipresencial nos hace pensar en algo lejano fue, por el contrario, el acercamiento académico lo que caracterizó al curso. Encabezado por los temas más significativos se hicieron, en el Foro, preguntas teóricas con la finalidad de que los alumnos contesten y vayan hilando comentarios que favorezcan el aprendizaje. Si bien al principio no hubo buenos resultados se aconsejó la lectura en "Contenidos" del material obligatorio y se sugirió ver videos de temas específicos cuyos link tenían a su alcance. Al poco tiempo se entendió la consigna y el Foro se convirtió en un entorno apropiado para la interacción educativa ya que cada participación agregaba algún conocimiento nuevo. El Foro fue un espacio de encuentro y, para quienes participaban asiduamente, una comunidad de aprendizaje colaborativo. Por otra parte, los alumnos observan las intervenciones de sus compañeros (prójimo) y, sobre ellas, consolidan nuevos conceptos, esto constituye la base sobre la cual se construye la heurística. La participación grupal, a partir del trabajo colaborativo, fue muy positiva.

El Método Heurístico se aplicó, sobre todo, en los ejercicios prácticos. Al principio se insistió en el razonamiento y la justificación precisa de cada paso en el desarrollo de un ejercicio. Se trató de convertir en hábito el camino correcto para pensar la mejor solución al problema planteado. Se alentó muy fuertemente a la consulta diaria. Los profesores acompañaron a los alumnos durante toda la cursada, contestando preguntas, corrigiendo ejercicios y atendiendo consultas en tutorías y en el Foro permanente.

Las primeras semanas fueron de adaptación ya que, a pesar del esfuerzo, al alumno le costó entender el dinamismo planteado. Está muy

acostumbrado a la típica clase expositiva donde aprovechan muy poco el espacio para preguntar. Así lo revela la encuesta realizada a mitad del cuatrimestre en donde valoran la respuesta inmediata a sus consultas.

Luego del primer parcial la aplicación del método fue menos rigurosa buscando un equilibrio natural, compatible con las numerosas preguntas y re-preguntas. La preocupación por alentar el aprendizaje permitió, en algunos casos, que los alumnos presentaran los trabajos prácticos obligatorios con cierto grado de avance a fin de corregir el desarrollo y la metodología empleada. A partir de una devolución adecuada fue la guía para poder continuarlos, obtener una justificación precisa de cada paso y llegar en forma correcta a su fin. También se dejaron en el aula ejercicios opcionales para intensificar la práctica, la elección, en este caso, estaba a cargo de cada estudiante. No debemos olvidar que esta experiencia pone a prueba una metodología abierta para cada alumno, que por ser recursante, está mejor capacitado para determinar su propia trayectoria. Para esta nueva metodología el aula virtual permite un estilo de comunicación y trabajo basado en los Entornos Personales de Aprendizaje, cuestión que está adquiriendo relevancia en la educación a distancia. Los PLE (por sus siglas en inglés de Personal Learning Environment) son sistemas que ayudan a los estudiantes a tomar el control y gestión de su propio aprendizaje.

http://es.wikipedia.org/wiki/Entorno_Personal_de_Aprendizaje

Esto incluye el apoyo a los estudiantes a:

- Fijar sus propios objetivos de aprendizaje
- Gestionar su aprendizaje, la gestión de los contenidos y procesos
- Comunicarse con otros en el proceso de aprendizaje

Cada estudiante tuvo una metodología despejada, libre y llegó al final del curso con una trayectoria exclusiva, un camino que, atento a sus conocimientos, le fue más fácil recorrer o, al menos, más seguro. Para cumplir el desafío, centrado en el estudiante que aprende en forma propia, fue fundamental la actuación del docente en orientar al alumno, evaluar los conocimientos y considerar la obtención de competencias, es decir si saben, si saben hacer y si son capaces de utilizar en otras situaciones el conocimiento aprendido.

En lo que hace a los temas de la asignatura, una vez instalado el concepto de conjunto numérico, se trabajó con el operador general (funciones) y sobre él con el operador matemático (límite funcional). Se diseñó una red de modo que se podía acceder al total del temario, partiendo de "límite funcional", por 2 caminos alternativos: A) Continuidad; B) Derivadas. Cada camino ofrece alternativas que permiten acceder directamente a Integrales y Series, o pasar previamente por el estudio de los Teoremas del Valor Medio y el de

Funciones, por lo que la ejercitación y la evaluación se adaptaron a cada caso. Ver diagrama en Anexos.

Cada alumno tuvo su propio PLE. Desde el Foro se compartió el conocimiento generado, formando parte de una comunidad donde el alumno dirige su propio aprendizaje al igual que los trabajos prácticos que permitieron transitar de lo conocido a lo propuesto.

La visita a distintos sitios de Internet, cuyos vínculos se muestran en contenidos, fue un aporte interesante que generó la posibilidad de compartir ideas. Esto contribuye a encontrar nuevas formas de ver y aprender, a fomentar el sentido crítico y a estar mejor preparado para una lectura atenta y detallada de un problema. Es salir del aula y mirar al mundo. En algunos casos se incentivó la consulta a la biblioteca de la UNLaM para obtener recursos adicionales que enriquecen conceptos. Se fomentaron las preguntas y el debate con los docentes para provocar inquietud intelectual. El aula virtual estuvo siempre abierta a los alumnos para estimular el razonamiento y la imaginanción.

En la práctica se insistió en desarrollar los trabajos bajo el Método Heurístico en donde se integran los fundamentos con las aplicaciones. Se guió a los alumnos en la manera en que debían realizar su tarea, explicando los pasos y procedimientos específicos de la metodología. Se puso el acento más que en la cantidad en la calidad del ejercicio y en la justificación precisa de cada paso.

Se eligieron convenientemente los ejercicios para la Guía de Trabajos Prácticos que los alumnos debían resolver como trabajo obligatorio.

En los casos en que la respuesta por correo resultaba insuficiente para resolver la duda, se elaboró material con los ejemplos y definiciones necesarias, sin dar la respuesta pertinente, pero sí, la necesaria para orientar al alumno en la revisión de datos e incógnitas.

Tanto en la teoría como en la práctica, se promovió fuertemente la consulta vía correo de toda duda y dificultad, prueba de ello es el contacto diario que se ha tenido con los alumnos en el curso.

Continuamente se valorizó y destacó la obtención de cada meta y se dio ánimo para continuar con la tarea. Se aumentó la motivación y se estuvo al lado de cada estudiante para disminuir la dificultad que presenta la materia, recordándoles continuamente que los profesores "estamos a un clic de distancia".

Segunda clase presencial

El día 14 de mayo fue el segundo encuentro presencial. La clase estuvo enfocada a responder preguntas, resolver algunos ejercicios y comentar la forma en que se desarrollaría el examen parcial.

Evaluación

Hubo dos tipos de evaluaciones.

- La formal que consistió en dos exámenes parciales y un examen recuperatorio. Fue presencial y obligatoria.
- La informal a través de un proceso de seguimiento y evaluación permanente de cada alumno teniendo en cuenta su actitud, participación en el aula y motivación. Las preguntas, las respuestas, los comentarios y el cumplimiento de las actividades académicas fueron evaluados personalmente.

El día 16 de mayo tuvo lugar, en forma presencial, el primer examen parcial. La evaluación teórica fue con tres preguntas y la práctica se dividió en dos partes, una con nuevas situaciones problemáticas y la otra consistía en completar y/o corregir los ejercicios que aún quedaban pendientes de un resultado satisfactorio. Es decir cada alumno tuvo, en este segundo caso, una situación diferente.

Ese mismo día se realizó una encuesta sobre "que opinaban del dictado de la asignatura en la modalidad semipresencial", las mismas, que forman parte de Anexos de este informe, fueron altamente satisfactorias. En ellas los alumnos reconocieron el permanente acompañamiento de los docentes y destacaron como muy positivo esta nueva forma de aprendizaje.

El día 11 de julio se llevó a cabo el segundo examen parcial. La evaluación teórica fue con tres preguntas y la práctica con cinco ejercicios. Teniendo en cuenta la escasa cantidad de alumnos se complementó, en algún caso, con preguntas orales.

También se realizó una encuesta de cierre del curso que obra en Anexos.

Dos alumnos fueron evaluados en la instancia de recuperatorio.

Evolución de los aprendizajes

En las encuestas, los alumnos que terminaron el curso, reconocieron como muy buena su propia evolución.

Al comienzo fue necesario incentivarlos para que participaran en el Foro, realicen los ejercicios, comenten sus dudas, participen en las actividades propuestas y hagan preguntas por mail.

Entender el Método les costó pero cuando vieron que cada uno podía marcar su propio ritmo, sin presiones, se comprometieron con la tarea y su rendimiento intelectual fue creciendo.

Se necesitó un tiempo para conocer el aula virtual y usar adecuadamente las herramientas pero, con el avance del curso, se logró.

Al momento de resolver ejercicios de límites indeterminados por medios algebraicos y derivadas por tabla, se evidenció una falla en algunos alumnos en cuanto a la mecanización de esos ejercicios. Obviamente cuestión no tan propia del Método Heurístico cuya finalidad se aleja de ello. Es por esto que se pensó para el segundo cuatrimestre continuar desarrollando ejercicios aplicando el Método y, además, no dejar de lado la práctica de habilidades mecánicas pues, creemos, se complementan.

Para los alumnos que no se conectaban al aula todos los días fue más complicado desarrollar el Método ya que necesita una continuidad para lograr los mejores resultados.

La evolución de los aprendizajes de Matemática I para cada alumno tuvo un ritmo personal. El Método aplicado hizo que cada uno avance proyectándose sobre sus propios conocimientos y de esta forma seguir construyendo otros.

ANEXO ENCUESTAS

Resultados de la Encuesta tomada en la primera clase presencial

Trabaja		
Si	No	
69%	31%	

Cantidad de veces que cursó Matemática I

Una vez	Dos veces	Más
		veces
26%	35%	39%

Promedio de las notas máximas que obtuvieron en los parciales

1er parcial	2do parcial
5 (cinco)	4 (cuatro)

Cantidad de veces que rindió examen final

Una vez	Nunca	No
		contesta
31%	38%	31%

Cantidad máxima de horas semanales que habitualmente le ha dedicado al estudio de Matemática I

Hasta 5 horas	De 5 a 10	Más de 10
	horas	horas
69%	20%	11%

Para estudiar Matemática I, usó

Apuntes de	Textos	Consultas	Otros recursos
clase		Internet	
90%	52%	18%	16% (*)

^(*) Profesor particular

Durante el período de clases

Re	solvió los	Resolvió	Consultó a	Asistió a las
ej	ercicios	ejercicios	profesores en	clases de
pro	opuestos	adicionales	clase	apoyo
	75%	10%	38%	28%

¿Empleó algún método específico de estudio?

Si	No
	100%

¿Concurre a la Biblioteca de la UNLaM?

Frecuentemente	Escasamente	Nunca
23%	69%	8%

Indique los temas de Matemática a los que les dedicó tiempo de estudio, pero que les resultaron de difícil comprensión

Límites, Derivadas, Integrales, Áreas.

Resultados de la Encuesta tomada en la mitad del cuatrimestre

1) ¿Qué aciertos ve usted en el dictado de la materia? ¿Qué le ha sido de utilidad?

Aciertos: es útil ver las diferentes formas de resolver cada ejercicio.

Se presentan dudas que ahora las puedo pensar y me permite entender el ejercicio.

Utilidad: el aliento que dan los profesores para continuar.

Aciertos: el Foro es de utilidad ya que vemos las respuestas de otros alumnos.

Contenidos: es práctico ya que tenemos la información cargada.

La Agenda

Me parece destacable, a diferencia de la materia presencial, el hecho de poder analizar cada ejercicio detenidamente y dedicarle el tiempo necesario.

Otro acierto es la predisposición de los profesores que nos dan la posibilidad de despejar dudas sin tener que esperar un día de clase.

Es interesante estudiar los temas desde distintos puntos de vista sin tener que limitarse sólo a la bibliografía.

Me parece muy buena idea trabajar en el Foro porque uno va contestando. Se ve las distintas formas de pensar lo mismo y vas encontrando las respuestas correctas. Te ves obligado de ir avanzando en la lectura.

Las clases son más personalizadas, ya que puedo preguntar mis dudas.

El Foro es de gran utilidad ya que hay un ida y vuelta constante con los temas

Me pareció positivo poder manejar los tiempos, el material de lectura, la orientación de los docentes y los vínculos a otros sitios de Internet.

Los tiempos los manejo yo, puedo conectarme en cualquier momento. El material de lectura es mucho más explícito.

Esta modalidad es muy importante ya que es personalizada y me ayuda a reveer errores.

Uno puede organizar los tiempos de estudio según sus horarios disponibles.

La rapidez que tienen los profesores en contestar ayuda a organizarse mejor.

Sirve mucho en la práctica tener ejercicios desarrollados paso a paso, ayuda a comprender la resolución de los mismos.

Las orientaciones docentes son muy claras y ayudan a esclarecer cuestiones que sireven para que uno pueda continuar avanzando.

Ayudan mucho las correcciones de los docentes.

De acuerdo con lo visto en la materia y la forma de estudiar estoy muy conforme con lo visto y aprendido.

Me encantó esta modalidad de estudio.

Permite que los alumnos podamos entrar en la materia a cualquier hora del día y poder estar constantemente enfocados en la misma.

Excelentes, los docentes están permanentemente con nosotros. Nos evalúan todo el tiempo y nos orientan para continuar con la materia.

Con la orientación a otros sitios nos ayudan ya que nos permite observar otras bibliografías y poder consultarlas.

Puedo ir haciendo la materia en el horario que tenga tiempo.

Los docentes nos responden inmediatamente, creo que hay un ida y vuelta más directo y personal.

Cada alumno puede ingresar al aula en los tiempos que tiene libre, y mucho más cómodo hacerlo desde el hogar.

El material de lectura es muy práctico para entender los temas.

Las orientaciones docentes son muy dinámicas.

Hasta ahora superó mis expectativas.

2) ¿Cuáles han sido las dificultades que encontró en el desarrollo de la materia por esta modalidad?

No podía comentar en el Foro pero descubrí que era problema de mi navegador.

Me costo graficar.

No tengo dificultad.

Al principio me costo

Escribir los símbolos matemáticos

No tengo dificultad.

Al principio me costó adaptarme al método heurístico ya que tenía dificultades pero luego me le tomé la mano.

No veo ventajoso los vínculos a otros sitios ya que hay autores que explican distinto.

Ninguna dificultad. Al contrario superé las expectativas, ya que logré comprendr temas que antes no lograba entender.

Por el momento ninguna dificultad.

Ninguna, me permite realizar otras tareas.

A veces se cuelga la máquina y no puedo abrir los vínculos que mandan.

Poder entrar al foro.

Superó mis expectativas.

3) ¿Qué considera usted debería mejorar, cambiar?

No se debería cambiar nada, encuentro mucho apoyo y seguimiento en cada cuestión con cada alumno en particular.

Estaría genial una ventana más para poder realizar gráficos, escribir símbolos.

Que funciones el Chat. Pero con los mails y mensajes es suficiente para la comunicación.

Que hubieran más ejercicios comunes o ejemplo para orientarme mejor.

No me parece que haya algo para mejorar, quizás tener alguna clase presencial más antes del parcial.

Creo que nada.

4) Otros comentarios que considere puedan mejorar el dictado y aprendizaje de esta materia bajo esta modalidad

Que usemos el Foro para preguntarnos entre nosotros.

No

Aprender a utilizar el Chat.

Más ejercicios pero que no sean de entrega obligatoria.

Algunas clases presenciales más.

Resultados de la Encuesta tomada al fin cuatrimestre

1) ¿Qué dificultades personales encontró al cursar la asignatura en forma semipresencial?

Mi navegador, tuve que instalar otro.

Ninguna en particular.

La única dificultad fue aprender los símbolos matemáticos en el Word, pero es sólo cuestión de práctica. Además está la opción de hacerlos a mano y escanearlos.

Ninguno ya que disponía de los medios y herramientas para poder seguir la materia.

La asignatura nunca presentó dificultades.

En mi caso no tuve ningún problema, ya había cursado otras materias en esta modalidad.

Cuando se me rompió la computadora me atrasé mucho.

Cursaba tres materias más. Falta de tiempo.

Dificultad de entender algunos puntos, pero al momento de preguntar a los profesores me sacaban todas las dudas porque contestaban rápido.

2) ¿Qué dificultades propias de la asignatura encontró en esta modalidad de dictado?

Graficar.

Ninguna. Con la posibilidad de poder consultar a los profesores, todas las dificultades posibles fueron solucionadas por ellos.

Si bien la materia es complicada con la ayuda de los ejemplos, videos y los profesores para las dudas, se puede hacer perfectamente. El tema que más se me complicó fue el de diferenciales.

Ninguna.

Realmente no tuve ninguna dificultad ya que los docentes siempre estaban para responder.

3) ¿Qué ventajas puede resaltar?

Que es menos vergonzoso preguntar dudas y es muy interactivo.

La posibilidad de poder preguntar siempre a los docentes.

Contenidos tales como videos y explicaciones on line.

Interacción constante, punto muy importante ya que incentiva al alumno a participar en cada tema y practicar siguiendo la materia.

La respuesta de los profesores. Siempre que tuve alguna duda ellos supieron responder en tiempo y forma.

Además de ser una comodidad poder cursar a distancia, los videos que resolvían los ejercicios, la teoría que los profes colgaban eran muy útiles. Las preguntas en el Foro te obligaban a ir llevando la lectura y además ante cualquier duda o dificultad podíamos preguntar al profe, y al ser de forma privada se pierde la vergüenza de preguntar algo.

Excelente comunicación con los profesores.

4) ¿Qué mejoras cree que se pueden implementar?

Está bien el sitio, pero por ahí utilizar más es el Chat.

Si pasaba mucho tiempo se desconectaba.

Alguna clase presencial más antes del parcial.

Que se pudiera usar el Chat como una reunión virtual.

Algunas clases presenciales obligatorias.

Algún programa para graficar.

5) Una evaluación de su parte y un comentario final sobre el dictado de la asignatura en el aula virtual.

Fue muy positivo, mucha ayuda y empuje de los profes.

Me pareció una alternativa muy positiva ya que, a diferencia de una cursada presencial, hay una mayor interacción con los docentes, lo que le da la posibilidad al alumno de poder despejar todas sus dudas en cualquier momento sin la necesidad de esperar cada clase.

El aula virtual es de mucha ayuda. Uno se pone en tema gracias al Foro.

Me gustó mucho el dictado, siendo matemática una materia que siempre me costó, pude hacerlo sin ser un castigo y además pude aprender muchas cosas que pensaba que no iba a aprender nunca. Los profes siempre nos ayudaron a resolver cualquier problema y siempre tuvimos un muy buen clima en las clases presenciales y virtuales.

Fue bueno cursar en forma virtual, me pude sacar dudas que traía de las cursadas anteriores en donde los temas se daban muy rápido y no podía preguntar.

Con matemática excelente muy buena comunicación con los profesores.

UNLaM

Departamento de Ciencias Económicas

MATEMÁTICA 1-Semi-presencial

Guía Heurística para la Resolución de Problemas

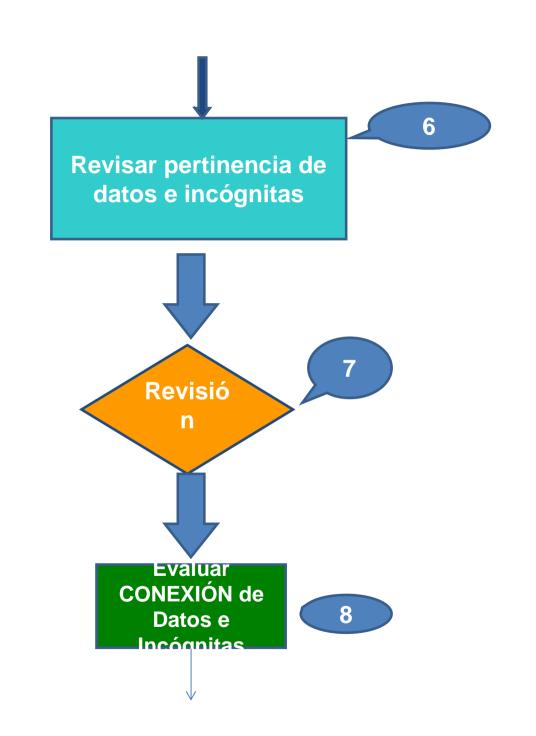
Heurística

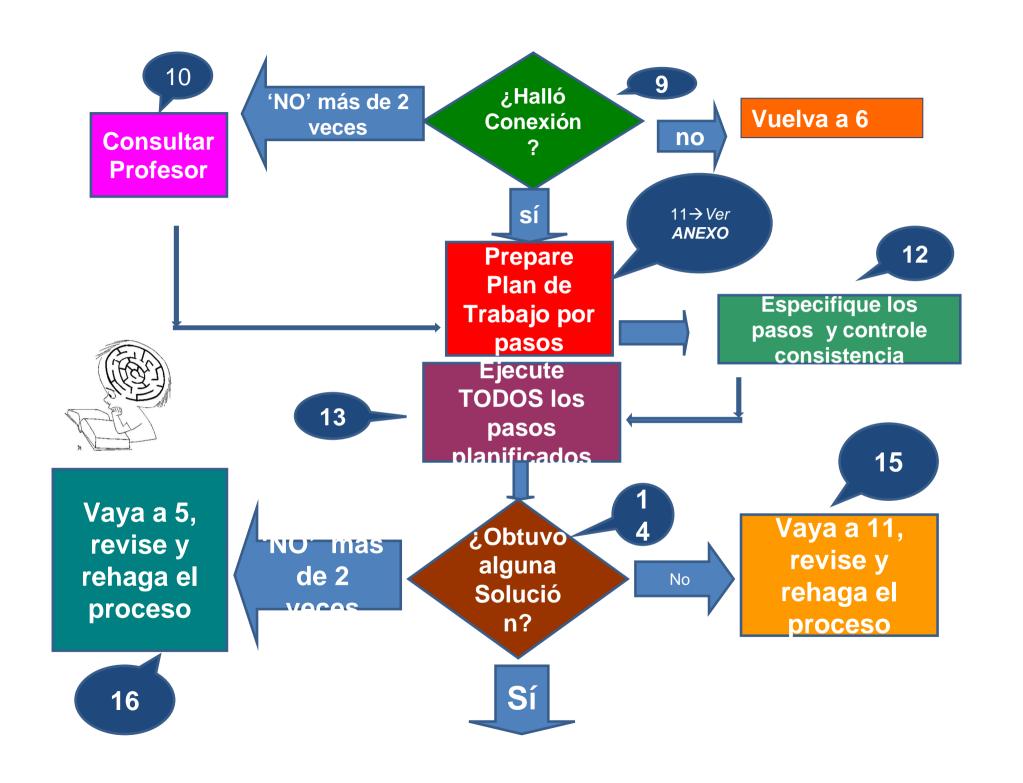
"la Heurística o "ars inveniendi" (...) tenía por objeto el estudio de las reglas y de los métodos del descubrimiento y la invención (...). La Heurística moderna trata de comprender el método que conduce a la solución de problemas, en particular las operaciones mentales típicamente útiles en este proceso. (...) no deben descuidarse las aportaciones al tema hechas por autores tales como Pappus, Descartes, Leibniz y Bolzano, pero debe apegarse más a la experiencia objetiva. Una experiencia que resulta a la vez de la solución de problemas y de la observación de los métodos del prójimo, constituye la base sobre la cual se construye la Heurística..."

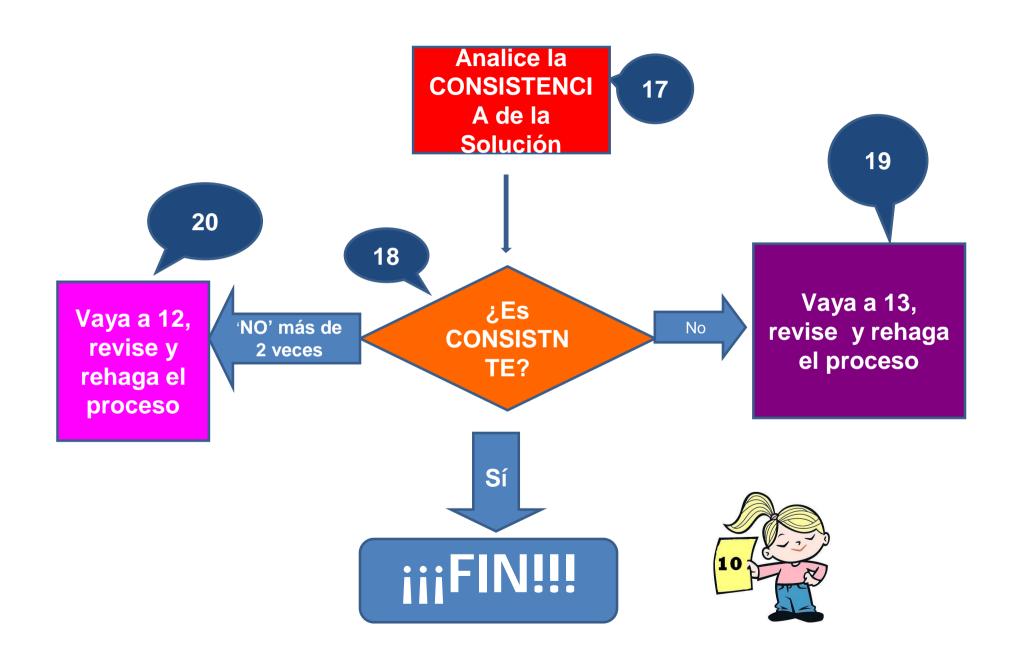
Proceso Heurístico

Esquema Básico









Anexo: Plan de trabajo

El Plan de Trabajo -o Estrategia- para la resolución de un problema, varía según el tipo de problema y es posible diseñar distintos planes exitosos para un mismo problema.

El empleo de estrategias específicas elimina automáticamente la resolución por ensayo y error, que es la peor de todas las alternativas.

Para resolver problemas – de cualquier tipo - se requiere:

- Persistencia en el trabajo.
- Aprender a extraer los detalles fundamentales, la información relevante, para lo cual hay que revisar reiteradamente la bibliografía.
- Si es necesario, redefinir el problema o fraccionarlo a fin de lograr una comprensión adecuada de qué camino se puede adoptar.
- Descomponer y recomponer el problema las veces que sea necesario.
- Realizar esquemas, gráficos o construcciones auxiliares que faciliten el acceso a los puntos esenciales del problema.
- Estar atento a las inconsistencias y redundancias el los procedimientos
- Usar papel y lápiz; escribir y re escribir el problema cuantas veces sea conveniente.
- Consultar problemas similares cuya resolución se conoce (otra vez la bibliografía).
- Consultar a compañeros y profesores. Consulte con su profesor amigo...;)

El Método de las preguntas

(basado en Polya y muy útil para elaborar estrategias) *Una vez que se entendió el texto literal y simbólico, se*

determinaron datos e incógnitas y se estudió la conexión

entre ellos, es útil preguntarse :

- ¿ Conozco un problema similar?
- ¿Ha visto el mismo problema planteado en forma ligeramente diferente ?
- ¿Conozco algún problema relacionado con éste?
- ¿Conozco alguna propiedad o teorema aplicable al caso?
- ¿Puedo hacer un cambio de notación que sea útil?
- ¿Están bien determinadas las condiciones del problema?
- ¿Este problema es un caso particular de otro más

ESTRATEGIAS

para la

SOLUCIÓN

de

PROBLEMAS

Paso 1: Entender el Problema

• ¿Sabes a qué quieres llegar? ¿Sabes qué es lo que se pide?

¿Hay suficiente información?

¿Hay información extraña?

¿Hay información innecesaria?

¿Es este problema similar a algún otro que hayas resuelto antes?

- ¿Entiendes todo lo que dice?
- ¿Hay vocablos desconocidos?
- ¿Puedes replantear el problema en tus propias palabras?
- Si los valores con los cuales hay que trabajar son grandes ¿Puedes replantear el problema con números más chicos?
- ¿Distingues cuáles son los datos?

Paso 2: Configurar un Plan

¿Puedes usar alguna de las siguientes estrategias?

(Una estrategia se define como un artificio ingenioso que conduce a un final).

- → Ensayo y Error (Conjeturar y probar la conjetura).
- → Usar una variable.
- → Buscar un Patrón
- → Hacer una lista.
- → Resolver un problema similar más simple.

- → Hacer una figura.
- → Hacer un diagrama
- →Usar razonamiento directo.
- →Usar razonamiento indirecto.
- →Usar las propiedades de los Números.
- →Resolver un problema equivalente.
- →Trabajar hacia atrás.

- →Usar casos
- →Resolver una ecuación
- →Buscar una fórmula.
- →Usar un modelo.
- →Usar análisis dimensional.
- → Identificar submetas.
- →Usar coordenadas.
- →Usar simetría.
- →Alguna otra...

Paso 3: Ejecutar el Plan

Implementar la o las estrategias que escogiste hasta solucionar completamente el problema o hasta que la misma acción te sugiera tomar un nuevo curso.

Concédete un tiempo razonable para resolver el problema. Si no tienes éxito solicita una sugerencia o haz el problema a un lado por un momento (¡puede que "se te prenda el foco" cuando menos lo esperes!).

No tengas miedo de volver a empezar...

Suele suceder que un comienzo fresco o una nueva estrategia conducen al éxito.

Paso 4: Mirar hacia atrás

¿Es tu solución correcta? ¿Tu respuesta satisface lo establecido en el problema?

¿Adviertes una solución más sencilla?

¿Puedes ver cómo extender tu solución a un caso general?

Las clases teóricas desde el Foro

El desarrollo teórico de las clases virtuales, en su mayoría, se llevo a cabo en dos de las herramientas disponibles del curso: Tutorías y Foro. En Tutorías la interacción tutor-alumno se realiza mediante mensajes de textos

El Foro es un espacio de comunicación donde los alumnos intercambian consultas, opiniones y conocimientos, a partir de una consigna propuesta por el docente.

Es fundamental que el tutor sea entonces, tal cual lo expresa José León Sierra en El docente virtual, " un facilitador en un proceso de enseñanza-aprendizaje, un mediador, un motivador, un dinamizador y un guía de las diferentes fuentes de información en un ambiente virtual. Un docente virtual debe poseer la capacidad de motivar, dinamizar los espacios comunitarios, valorar las contribuciones personales de los estudiantes, favorecer el trabajo en equipo y realizar un seguimiento personalizado de todos y cada uno de los alumnos. El profesor virtual debe ajustarse al perfil de cada estudiante porque cada alumno impone su propio ritmo de aprendizaje".

Esta última expresión del autor mencionado coincide totalmente con el Método Heurístico desde donde se proyectó el curso.

El autor también hace referencia a los roles y funciones que deben cumplir los profesores:

- Fomentar la participación activa del alumno en su proceso de aprendizaje. Donde este tenga que tomar decisiones sobre los contenidos que quiere aprender con base a sus necesidades específicas. Internet se muestra como un medio especialmente indicado para favorecer el aprendizaje significativo y activo, pues el alumno debe tomar un papel predominantemente activo.
- Favorecer la evaluación continua, con pruebas automáticas en las que los alumnos reciben una valoración instantánea de sus respuestas y consejos cuando éstas sean erróneas. Dejando de lado la validez de la prueba y la certificación final, el profesor puede tener una evaluación continua de los resultados de cada uno de los alumnos.
- Introducir el tema para que el alumno tenga una idea previa antes de poner a su disposición los materiales con los que va a elaborar aprendizaje. En definitiva, que le oriente sobre lo que ya sabe de la materia y, sobre todo, de lo que debe aprender.
- Presentar todos los materiales de trabajo de forma organizada, para que tenga acceso sin dificultad.
- Potenciar la reorganización de la estructura conceptual del alumno favoreciendo el conflicto entre ideas ya adquiridas y una nueva estructura conceptual.

- Favorecer los planteamientos y resolución de problemas mediante el trabajo colaborativo, tanto en espacios formales como no formales e informales. Será necesario asumir nuevas formas de trabajo colaborativo teniendo en cuenta que nos estamos refiriendo a una colaboración no presencial marcada por las distancias geográficas y por los espacios virtuales.
- Facilitar el aprendizaje. Las aulas virtuales y los entornos tecnológicos se centran más en el aprendizaje que en la enseñanza entendida en sentido clásico (transmisión de información y de contenidos).
- Diagnosticar las necesidades académicas de los alumnos, tanto para su formación como para la superación de los diferentes niveles educativos.
- Ayudar al alumno a seleccionar sus programas de formación en función de sus necesidades personales, académicas y profesionales (cuando llegue el momento).

Por otra parte la Ing. Adriana M. Vélez, en su trabajo "Aprendizaje basado en proyectos colaborativos en la educación superior" expresa que "el aprendizaje basado en proyectos colaborativos atiende a las habilidades que deben ser desarrolladas en los estudiantes y que son básicas para su desempeño en las relaciones globales a que se ven abocados hoy día":

[MEN, 1992]

- Flexibilidad y amplitud de miras a la indagación y manejo de posibilidad e incertidumbre.
- Curiosidad y respeto ante las ideas, valores y soluciones aportadas por otros.
- Capacidad de iniciativa y confianza en la toma de decisiones sobre la base de planificación rigurosa, contrastada y documentada.
- Predisposición a planificar el desarrollo del trabajo en cuanto a recursos, plazos de ejecución y anticipación de dificultades y obstáculos.
- o Atención, interés y persistencia ante las dificultades presentadas.
- Disposición favorable al trabajo en equipo, sistematizando y socializando tanto oral, como escrito en forma clara, correcta, adecuada y crítica.
- Valoración equilibrada de los aspectos técnicos, económicos, estéticos y sociales en la planificación y diseño de objetos y proyectos.

En el Foro se trabajó teniendo en cuenta estas habilidades que deben ser desarrolladas por los estudiantes.

Se abrió un Nuevo Tema por cada unidad de estudio. Dentro de él se formularon preguntas concretas que obligaban al alumno a consultar la bibliografía, visitar un sitio de Internet, investigar en diferentes fuentes o ver un video, en fin se lo invita a aprovechar el mundo, pero en cualquiera de los casos debe sumarle su opinión, su creatividad su aporte personal.

Si bien existe un orden lógico y secuencial en las preguntas acorde con el avance en los temas del Programa de la Asignatura, cada pregunta queda abierta en el Foro y puede ser respondida en cualquier momento. La consigna es que cada alumno, antes de contestar, lea las respuestas de sus compañeros y aporte siempre algo nuevo, o exprese su respuesta de forma diferente. Se insistió en la lectura atenta y detallada de las preguntas, tantas veces hasta que se haya entendido. Tal cual el proceso heurístico siempre está la posibilidad de consultar al profesor, recurrir a la bibliografía o preguntar a un compañero. Se pretende que los estudiantes vivan sus logros en una comunidad de aprendizaje en donde se interactúa, se participa, se pregunta, se responde y sobre todo se crece en conocimientos, cada uno a su ritmo, buscando lo mejor de sí.

Es fundamental el incentivo del docente. Cada respuesta correcta, cada participación acertada, cada logro del alumno debe destacarse. Así hemos trabajado en el aula virtual para que se sientan orgullosos de su trabajo y sobre todo hemos valorizado la colaboración entre estudiantes. "Los proyectos colaborativos buscan facilitar un mejor funcionamiento de los nuevos ambientes de aprendizaje que posibilitan el desarrollo de la creatividad, el mejoramiento de la autoestima, la recuperación de los valores culturales, la percepción del mundo, el respeto por el mismo de un punto de vista ecológico, el respeto por la diferencia, la democratización y la solidaridad, tanto nacional como internacional." (Proyecto Conexiones, Informe COLCIENCIAS No.1, 1995).

Las actividades propuestas en el Foro permitieron, en algunos casos, que los alumnos llegaran a conocimientos específicos hilando sus propias conversaciones. Por momentos, algunos, tuvieron la oportunidad de enseñarles a sus compañeros, seguramente sin tener conciencia de que lo estaban haciendo.

Realmente el Foro es un lugar desde donde se puede pensar y descubrir el mundo a través de numerosas actividades, desde el vínculo a infinitos links hasta la creación de prolongados debates que tejen nuevos conocimientos. Es muy importante la motivación y participación del docente para actuar en consecuencia.

ANEXO 2

Ejemplos De intercambios alumno-tutor y desarrollos de temas con informe específico preliminar

La parte teorica de la asignatura Matemática I con modalidad Semipresencial durante el transcurso de los dos cuatrimestres del año 2011 se fue desarrollando mediante cuatro modalidades o medios de intercambio entre el alumno y el docente.

Por un lado los conceptos, definiciones y teoremas más importantes de cada unidad fueron elaborados previo al inicio del curso por los tutores y subidos progresivamente a medida que se avanzaba con las unidades durante la cursada para servir de base, para que el alumno lo tenga al elaborar sus tareas.

Por otro lado algunos de los contenidos eran requeridos a los alumnos a través de preguntas en el Foro, preguntas que debían contestar o bien con lo que estaba ya subido a la plataforma Miel en la pestaña Contenidos o bien investigando en otros textos matemáticos. Se recomendó a los alumnos que consultaran libros matemáticos y que tuvieran especial cuidado frente a los contenidos que están subidos a internet, aunque no se les negó la posibilidad. Algunos sin embargo utilizaron la web para encontrar material. En los casos en que dicho material no era del todo correcto se les hizo la observación pertinente pero no se les negó la posibilidad de usar los contenidos de la World Wide Web.

También los alumnos enviaban sus dudas frente a la teoría a través de la plataforma en mensajes enviados a los Tutores. Estas preguntas eran respondidas a la brevedad o bien con el envío de la respuesta en un nuevo mensaje o bien con la elaboración de un nuevo Apunte que era subido a la plataforma Miel en Contenidos para que el resto del alumnado comparta ese conocimiento ya que se consideraba, en ese caso, que ese contenido era básico y de uso muy corriente.

Y finalmente otra de las formas bajo la cual se fueron desenvolviendo los contenidos de Matemática I fue la elaboración por parte de los alumnos de archivos en el formato que ellos quisieran, trabajos de tipo monográfico pautados y con reglas y consignas establecidas por los tutores, de algunos aspectos básicos que podían ser o conceptos matemáticos o definiciones o el enunciado de algún teorema, o el desarrollo completo de algún teorema, o la interpretación gráfica de algún concepto, definición o teorema, o una combinación de varias opciones. Estos archivos tenían instrucciones precisas sobre lo que se pedía. Tenían la pauta de que si no se sabía todo o parte de lo pedido, el alumno podía preguntar con total libertad lo que lo trababa para realizarlo. Se insistió mucho en que no tenían por qué entregarlo completo si no podían avanzar, era enviado tal como estaban, era corregido por el docente y vuelto a enviar tanto si faltaba completar con la pertinente guía orientadora que ayudaba a responder la dificultad sin responderla en su totalidad o con la corrección de lo escrito marcando claramente los errores con sus correspondientes aclaraciones o bien

el teórico estaba correcto y completo e igualmente se le devolvía al alumno con la nota y con alguna felicitación y comentario que lo instaba a continuar.

Algunas de estas correcciones fueron incluidas en el Anexo, como muestra no tanto de cómo se corrigió sino como para mostrar la forma en la que se construía un teórico cuando el alumno tenía dificultades.

Estos trabajos teóricos que el alumno elaboraba y que de ahora en más llamaremos "TEÓRICOS" consistían en presentaciones en el formato que al alumno le resultase más cómodo para él, ya que una de las dificultades propias de la materia es el lenguaje simbólico por una lado como así también los gráficos. Por esto mismo se le dio al alumno la libertad de enviarlo en el formato que más cómodo le resultase. Se trabajó con archivos tipo Word, en formato PDF y cuando al alumno se le dificultaba realizar una gráfico o escribir simbólicamente un contenido matemático se le dio la porsibilidad de que lo escribiera de su puño y letra en una hoja para luego escanearlo y enviar el trabajo como una imagen.

Esta apertura en lo que se refiere a la aceptación de diversos formatos en el envío de archivos en matemática se reveló como fundamental, ya que sin esta posibilidad sería imposible expresarse correctamente y realizar los ejercicios prácticos y teóricos.

En cada módulo, desde la teoría, se fueron tomando los aspectos más importantes y representativos del mismo. Se hizo mucho hincapié en comprender en profundidad los conceptos fundamentales de cada unidad. Con esta modalidad y metodología se puso de manifiesto que era imposible seguir con el ritmo de la cursada presencial en cuanto al volumen de ejercicios y teoría. Es otra modalidad que precisa elementos, pautas, tiempo y ritmo propios, muy diferentes de la cursada presencial. Este ritmo se fue construyendo y evidenciando paulatinamente. Se prefirió la calidad, a la cantidad, pero también se impuso un ritmo de trabajo mucho más continuo e intenso que al de la cursada presencial. Las comunicaciones resultaron en la mayoría de los casos casi diarias, tanto en la práctica como en la teoría. Luego de las encuestas, los alumnos destacaron justamente que esta comunicación y vínculo casi diario fue uno de los motores que les permitió avanzar con los temas y resolver sus dudas e inquietudes. En todos los casos valoraron muy positivamente el hecho de que sus mensajes, dudas y preguntas primero que eran respondidas y luego que se les contestaba inmediatamente, en el día o al día siguiente. Este fue uno de los ejes claves que posibilitó que el alumno no se sintiese solo frente a la materia sino guiado, contenido, ayudado, alentado y acompañado.

Cuando un alumno pasaba varios días sin comunicarse bajo ninguna de las formas posibles tanto en la teoría como en la práctica se le enviaba un mensaje a través de la

plataforma Miel preguntándole acerca de su situación: como estaba, si tenía problemas, si estaba con dificultades personales. Si así y todo el alumno no respondía se le enviaba a su dirección de e-mail que a principio de cursada se había solicitado y se le preguntaba si continuaría con la cursada o no.

Respecto a los contenidos se seleccionaron los más importantes los cuales fueron subidos en forma de archivos a la plataforma. Algunos de los teoremas que no estaban dados en los contenidos fueron trabajados en forma completa (enunciado, hipótesis, demostración y tesis), otros sólo desde su enunciado, hipótesis y tesis. A modo de ejemplo, dentro de la unidad de Límites se trabajó en forma heurística con el teorema del límite trigonométrico de la función $f(x) = \frac{sen(x)}{x}$ cuando la x tiende a 0 incluyendo la demostración. Para ello se les pidió a los alumnos que envíen en un archivo el enunciado, la hipótesis, la tesis y la demostración del teorema. Se insistió mucho en que se animaran a preguntar todo lo que no supiesen y que enviaran o bien todo lo pedido o hasta donde pudieran y con las dudas pertinentes. Este fue uno de los primeros trabajos en donde los alumnos debieron leer, entender la demostración de un teorema y y trasncribirlo en un archivo pero con la clara pauta de que debían explicarlo paso por paso y en donde lo que se buscaba también era afianzar la idea de que el alumno se anime a preguntar lo que necesite. En el Anexo incluímos el archivo llamado TEÓRICO que se les mandó a los alumnos y en el que se muestra de manera amena y coloquial cómo se les pide el desarrollo del teorema y como se los incentivó a la pregunta al tutor.

Un hecho destacable que pudiera resultar menor y que finalmente es otro de los pilares sobre los que se afianzó toda la tarea educativa es el vínculo que se construyó a partir de este diálogo ameno y afable. Con toda intención, sin perder de vista jamás el respeto por sobre todas las cosas, se trabajó en un lenguaje que podríamos calificar como jovial o amigable e inclusive gracioso. Esta forma de comunicarse mostró aún con la distancia que impone una cursada semipresencial la voluntad del tutor de acercarse y estar al pendiente de las necesidades de cada alumno individualmente, hecho que los alumnos notaron y valoraron en forma positiva.

Para promover este acercamiento se empleó no sólo la palabra escrita sino que se aprovechó también otros recursos que complementaron y reforzaron esta palabra. Uno de estos recursos fueron los gráficos. Los gráficos matemáticos trataron de ser lo más claro posible, utilizando el color como uno de los recursos para resaltar lo que se buscaba mostrar, (en esta presentación se eliminó el color de algunas partes teóricas y algunas respuestas). En la era de lo visual la utilización del color, de la imagen, del dibujo, del grafitti, de los

emoticones, de los videos, de todo lo que sea recurso visual además de la palabra escrita se torna indispensable para darle un aire renovado a la comunicación docente-alumno desterrando así viejos prejuicios frente a la materia ya que los alumnos todavía conservan de expreriencias negativas anteriores y que dificultan el vínculo y por ende el proceso enseñanza-aprendizaje.

Otro elemento gráfico en donde pusimos el acento aunque pueda resultar un elemento de menor valía, son los dibujos que acompañaban el principio, o final de un TEÓRICO o en el medio de alguna respuesta personal a algún alumno, tanto sea como para darle un toque de humor al comienzo de una propuesta que no invita por su propia dificultad matemática y que tácitamente indica que el docente no le es ajeno el hecho de la dificultad como para recalcar y recordar que el alumno se anime a preguntar y también como aliento frente a las dificultades.

Otro de los recursos fueron los links a videos que ya estaban subidos a la red por otros docentes de universidades nacionales o del exterior sobre teoría o ejercicios matemáticos que fueron seleccionados y vistos previamente. Como metodología, se les pedía algo extra luego de ver algún ejercicio o algún tema teórico.

Se trató de desterrar el prejuicio de que hay preguntas "tontas", que no corresponden y preguntar que sí corresponden. En algunos esta idea se instaló rápidamente y gracias a esto se amplió el campo de estudio, pudiendo preguntarse y re-preguntar luego al tutor algunos aspectos de algún punto teórico que escapaban a lo puntualmente pedido. En el ANEXO aparece un ejemplo de cómo un alumno frente a un Teorema se pregunta algo que excede en parte al teorema en sí aunque lo complementa. Esta pregunta que el alumno hace al tutor es respondida en otro apunte Teórico que luego les es enviado a todos los demás alumnos para hacerlos partícipes de la iniciativa a preguntarse otras cosas más allá de lo pedido y también para que vean que esas preguntas que se formulen van a encontrar eco en el tutor.

Se trabajaron las definiciones principales de cada tema interpretando su significado a través de ejercicios teórico-prácticos y a través de la relación con otros conceptos matemáticos.

Las dudas puntuales de los alumnos se fueron resolviendo a través del mismo Foro, en algunos casos, o a través de los mensajes, y también en los mismos archivos de los "TEÓRICOS". Se insistió fuertemente en el aspecto de que aunque no tuvieran todo entendido, ni bien, ni perfecto, ni completo, enviaran así como estaban sus "TEÓRICOS" y sus respuestas en el Foro. Esto posibilitó de manera exitosa el perderle el miedo: a preguntar y

por lo tanto a la materia, a nosotros sus profesores-tutores y todo esto devino en un fluído, ameno y afectoso intercambio de mensajes, anécdotas, experiencias, conflictos con los temas, conflictos con las forma de encarar los temas, que enriquecieron la tarea docente-alumno.

Realizamos e implementamos uno de los teórico en forma paulatina, enviado a medida que el alumno contestaba, el resto del teórico puesto que habíamos visto en varias oportunidades anteriores que el alumno arraigado en la vieja costumbre de no preguntar por miedo y por vergüenza y por la idea de que debe entregar todo completo, priorizaba realizar el teórico completo sin mirar que era incosistente y lleno de errores de concepto.

Se les había insistido mucho en que los TEÓRICOS anteriores los enviasen incompletos y/o con dudas si es que no podían terminarlo, pero la vieja forma de trabajar en la que se entrega todo listo y prolijito era más fuerte que nuestras palabras de "apenas tengan una duda, pregunten", "envíen hasta donde puedan y aclaren lo que no les sale". Poco a poco se fueron dando cuenta la forma en la que se los animaba a trabajar, una forma más lenta quizás, pero más consistente, pensando y justificando detenida y detalladamente cada paso.

Otra de las claves principales que se observó para que resultase también exitosa la labor enseñanza-aprendizaje fue el diálogo cordial, amigable, incluso hasta divertido, DIARIO e insistente pero mostrando comprensión por sobre todas las cosas. Este diálogo fue CONSTRUÍDO de a poco. Hubo que "romper el hielo" típico al iniciarse el vinculo tutoralumno. Se insistió muchísimo en el hecho que los alumnos consultaran todo lo que necesitaran y que nosotros, sus tutotes estábamos muy cercanos y a disposición de cualquier cosa o duda que se les presentase. Les decíamos que estábamos a "a un clic de distancia". Y lo sostuvimos y demostramos con los hechos entrando todos los días a la plataforma MIEL, contestando los mensajes de correo, los mensajes en el Foro y respondiéndoles a los TEÓRICOS que los alumnos enviaban y devolviéndoselos siempre o con un resultado exitoso y por ende con efusivas felicitaciones o sino, y también alentándolos y sosteniéndolos desde la palabra en la difícil tarea de aprender matemática desde la distancia, con las correciones necesarias y la guía orientadora para encauzar los conceptos, corregir lo erróneo, mostrándo en dónde y por qué hay un error y propiciando la continuación del TEÓRICO hasta lograr un resultado exitoso.

Como ejemplo en el ANEXO se encuentra el TEÓRICO que se envió con el propósito de construir la relación existente entre el crecimiento de la función y el signo de la derivada:

En el TEÓRICO que mostramos existen además dibujos o expresiones que en un principio pueden resultar inocentes o irrelevantes pero que para el alumno, para aquel (en general joven) que está sentado detrás de una computadora le hace más familiar, cercano y no tan distante el acceso al contenido, a la matemática y al tutor.

Por otro lado para trabajar la práctica se enviaron Trabajos Prácticos con variados ejemplos para luego obtener de allí las herramientas para enfrentar otras situaciones problemáticas de variada dificultad, en los que también se procedió con el sitema de enviar hasta donde se pudiera resolver y el tutor lo ayudaba o bien corrigiéndolo o bien orientándolo en el proceso.

Tanto en la teoría como en la práctica no se insistió tanto en la cantidad como sí en la calidad y en la elaboración de los prácticos y teóricos. El método heurístico se instaló sin necesidad de nombrarlo sino que se instaló en el ida y vuelta de los mensajes entre el docente y el alumno y entre una corrección y su respuesta. Si el alumno enviaba un teórico o práctico sin la debida justificación se le hacía la observación correspondiente y se le reenviaba para una nueva elaboración de lo pedido. En la mayoría de los casos cada práctico y cada TEÓRICO fue varias veces devuelto con las correcciones y las orientaciones al alumno para poder continuar o corregir sus errores. La labor fue minuciosa y personal. Se hizo un trabajo muy personalizado con cada alumno. Si bien se establecieron pautas generales, se respetó en cada alumno su forma de trabajar. Algunos alumnos fueron mucho más explícitos en sus comunicaciones y en sus justificaciones, incluso en sus preguntas, otros mucho más sintéticos, pero en ambos casos se respetó esta dinámica personal, no imponiendo algo exagerado y ficticio.

Otro hecho que sorprendió fue que algunos alumnos fueron saliendo de lo estrictamente pedido y se interesaron por algún aspecto matemático aún cuando la presentación ya estaba aprobada. Tal es el caso que mostramos en el Anexo de una alumna que luego de aprobar igualmente se interesaba por saber como era un gráfico que había realizado.

Aparece también otro caso similar en donde un alumno se pregunta y pregunta al tutor acerca de la tendencia de la x en una de las demostraciones pedidas, hecho que nos sorprendió gratamente (y que por supuesto se respondió elaborando otro apunte que fue subido luego a Contenidos para el beneficio y estímulo de todos los restantes alumnos) y que demuestra por una lado que cuando al alumno se le da el tiempo necesario no sólo es capaz de resolver un problema o entender la demostración de un teorema sino que además se pregunta acerca de las condiciones que establece la hipótesis del teorema, por

ejemplo como es este caso que se encuentra en el Anexo, y por otro lado esto también muestra que la pregunta llega al tutor justamente por el tipo de vínculo que se estableció con el alumno, amigable, cercano, diario y con la forma y el método pedagógico que se implementó en la cursada que permite que el alumno elabore con la guía del método heurístico un problema o que vuelva a explicar justificando cada paso de un teorema y no estudiándolo de memoria porque no lo puede entender.

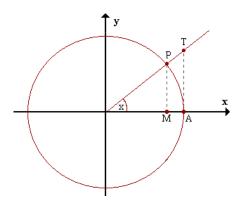
Respecto a los tiempos de entrega esta fue otra pauta que establecimos y que se fue explicitando sola con el correr de la cursada: no se impusieron fechas de entrega, corríamos el riesgo de que sumado a la dificultad propia de la materia muchos optaran por abandonar la cursada. Los tiempos se fueron estableciendo tácitamente. Al comienzo de la cursada se enviaron un promedio de 2 a 3 TEÓRICOS y 1 Trabajo Práctico semanales pero luego del primer parcial y con el ritmo de trabajo y la modalidad ya establecidos se incrementaron en promedio los TEÓRICOS de 3 a 4 y los TRABAJOS PRÁCTICOS de 1 a 2. Estos trabajos se fueron enviando de a uno y paulatinamente y el ritmo de trabajo se instaló en la medida que se enviaban los nuevos prácticos y teóricos. Por esto no hizo necesario establecer fechas de entrega para los TEÓRICOS Y TRABAJOS PRÁCTICOS. Este simple hecho, de carecer de fecha de entrega, hizo más "amigable" la cursada y los alumnos solos se vieron en la necesidad de seguir un ritmo de trabajo casi diario con la materia. Se vieron obligados a entrar permanentemente en la plataforma y "sin querer" esto les posibilitó ir estudiando la materia "desde un principio" y no todo junto al final como les ha pasado en otras oportunidades.

Este hecho antes mencionado, también favorece el proceso de enseñanzaaprendizaje que necesita de tiempos graduales, de una continua elaboración conceptos y relaciones y que necesariamente requiere un espacio prolongado en el tiempo.

También es cierto que otros alumnos que habían comenzado la materia abandonaron ya que fuimos viendo a partir de los comentarios de los mismos alumnos una idea errada en lo que se refiere a la cursada de una materia "virtual". Vimos que existe la fantasía de que por el hecho de no tener que cursar el resto es fácil y los tiempos son menores, y estos mismos alumnos se dieron cuenta del ritmo de estudio y de lo que implica una cursada semipresencial.

ANEXO

<u>TEÓRICO</u>



Enuncie y <u>demuestre</u> el teorema que afirma que $\lim_{x\to 0} \frac{sen(x)}{x} = 1$.

A ver..., el teorema es "lindo" pero no es necesariamente fácil de entender si no se recuerda el procedimiento (cosa totalmente MÁS que normal) entonces con este teórico les propongo aplicar el método heurístico que no es otra cosa que ir paso a paso y preguntando cada cosa que no se entiende... o seeeaaaaa que van a tardar en demostrarlo, y la cuestión no es que me lo entreguen de una!!! Ok?????, porque si bien y OBVIAMENTE lo van a leer de un libro, lo tienen que explicar además de copiar...!!! Estoy en mala... >P

Así que sáquense de la cabeza el viejo sistema de que el profe pide algo y ustedes lo entregan todo lindo, listo perfecto y prolijito... Se entiende lo que digo?????

Es decir, sería como que estamos todos en un aula y yo les digo saquen el libro, abran aquí, pónganse a leer el teorema y cuando no entienden algo me llaman....!!!

vamos a ver como funciona este sistema... Anímense a preguntar lo que ustedes llaman "pavadas". NO SON PAVADAS!!! Y no estén pidiendo disculpas o perdón cada vez que preguntan algo!!!! Ok??? O ustedes se recibieron de profes de matemática y yo no me enteré?? Entonces Sí deberían pedir disculpas, pero en el caso de ustedes ¿no es lógico que NO SEPAN MATEMÁTICAAA??? Entonces sin miedos y SIN VERGÜENZA envíen las dudas...

Toda esta perorata es para que no me diga cada uno de ustedes "Perdón que le pregunte...", "Disculpe que..."

Bueno, basta de cháchara y a trabajar!!! Espero sus dudas aún si es "cómo empiezo"?

Suerte!

Respuesta del Alumno:

Profe, le envie a su mail el teorico 2 que nos pidio, no le hice ninguna consulta porque lo fui haciendo y buscando cada paso en distinta biblio y lo fui entendiendo. En cada lado que buscaba lo explicaban distinto, llegaban a lo mismo pero algunos lo complicaban mas asi que fui siguiendo un orden que me pareciera logico y que yo entendia y quedo pero bueno espero que ud. lo revise y me diga que le parece.

Lo unico que me quedo asi como colgado es pq se usa el limite tendiendo a 0 y no a otro valor? en un libro decia que era una suposicion en otro que como sen x>0 entonces utilizamos el limite de x tendiendo a o.

Pero es como que no me termina de cerrar.

Saludos

Respuesta del tutor:

Hola!

Recibí en mi mail el archivo!, desps lo miro y te digo... (Aclaración: el teormea estaba muy bien fundamentado)

Y MUY BUENA la pregunta que planteás!!!

El tema es el siguiente:

el problema del límite de la función sen(x)/x radica JUSTAMENTE cuando x tiende a 0 y no a otro valor...!

Vamos a empezar x lo más sencillo que es ver xq NO nos interesa la tendencia a otro valor!

Si pienso en el límite de la función sen(x)/x cuando x->3 ¿Cuál es el límite? Qué da por resultado? Estaría INDETERMINADO este límite???

Nooo!

Pero para mostrártelo bien, sigo esto es un archivo Word y te lo envío por mail, sino no puedo usar el Editor de Ecuaciones....

TO BE CON TINUED...

Te dije en el anterior mensaje que te enviaba el resto de la respuesta por mail, peroo al ir escribiendo pensaba ¿por qué dejar al resto afuera? Así que te subo el resto de la respuesta pero lo dejo en CONTENIDOS, fácilmente identificable!

Bye...

Y aunque no hay nada q ocultar, te dejé en el anonimato! ;)

Apunte que se subió como CONTENIDO:

Hola a todos:

Les transcribo debajo parte de un mail que uno de ustedes me envió a raíz del Teórico 2. Lo que me pareció interesante para compartir es la duda que está marcada en ROJO.

Mientras le contesto a su compañero se las extiendo a todos también ya que es algo importante y que muchas veces queda mal entendido...!! Tutor.

"En cada lado que buscaba lo explicaban distinto, llegaban a lo mismo pero algunos lo complicaban mas asi que fui siguiendo un orden que me pareciera logico y que yo entendia y quedo....

Lo unico que me quedó asi como colgado es pq se usa el limite tendiendo a 0 y no a otro valor?

En un libro decia que era una suposicion en otro que como sen x>0 entonces utilizamos el limite de x tendiendo a o.

Pero es como que no me termina de cerrar..."

El tema es el siguiente:

El problema del límite de la función sen(x)/x radica JUSTAMENTE cuando x->0 y no cuando

tiende la x a otro valor...!!!!

Vamos a empezar por lo más sencillo que es ver por qué NO nos interesa estudiar el límite en

otro valor!

EJEMPLO 1:

Si pienso en este límite:

 $\underset{x\to 3}{\text{Lim}}\frac{\text{sen}(x)}{x} =$ (por poner un ejemplo CUALQUIERA)

¿Cuál es el límite?

¿Qué da por resultado?

¿Estaría INDETERMINADO este límite???

Respuesta: Nooooooo!!! No está indeterminado!!!!

Este límite NO está indeterminado, puesto que no tienden a cero* el numerador y

denominador!!! Sino que este límite está DETERMINADO!!! Se reemplaza y listo!

*Aclaración: El límite de una división estará indeterminado SÓLO cuando el numerador y el denominador tiendan o bien ambos a CERO o ambos a INFINITO. En el caso de la función

sen(x), es imposible que el límite dé infinito, por lo tanto el único caso para que el límite de

sen(x)/x esté INDETERMINADO es del tipo "0/0".

Volviendo al ejemplo 1:

$$\underset{x\to 3}{\text{Lim}}\frac{\text{sen}(x)}{x} = \frac{\text{sen}(3)}{3}$$

A veces la tendencia o sensación es que está mal escribir como resultado $\frac{\text{sen}(3)}{3}$ como si no fuese un resultado!, o peor...!, como si no fuese un número!!!

A ver, si queremos conocer el decimal que se aproxima a $\frac{\text{sen}(3)}{3}$ deberemos hacer uso de la calculadora científica!!!

A ver.... Esto da...

$$\frac{\text{sen(3)}}{3} \approx 0.047040002$$

(El símbolo que se usa para indicar aproximaciones es \approx o también a veces se puede usar \approx)

Si les da otro decimal será seguramente porque están trabajando con sus calculadoras en un sistema de medición de ángulos QUE NO CORRESPONDE.

Básicamente se trabaja con dos sistemas:

- Sistema Sexagesimal (en la calculadora es D o DEG) que es el sistema más conocido y usado habitualmente... Ejemplo, en este sistema de medición angular el ángulo recto mide 90°.
- Sistema de Radianes (en la calculadora es R o RAD) que es el sistema que tiene como ángulo unidad el ángulo de 1radián, es menos usado que el anterior, peeroooo es el que se usa en Análisis, ya que cuando queremos calcular sen(3) le estamos queriendo "sacar" el seno al NÚMERO REAL 3 y por eso es un RADIÁN y se debe usar este sistema y no el Sexagesimal...!

Sintetizando:

No es lo mismo calcular Sen(3°) que se hace en el sistema DEG o D (sistema SEXAGESIMAL) que calcular Sen(3) que se realiza en el sistema RAD o R (sistema de RADIANES). $sen(3^\circ) \approx 0,052335956$

$$sen(3) \approx 0.141120008$$

EJEMPLO 2:

$$\lim_{x \to 10} \frac{\text{sen}(x)}{x} = \frac{\text{sen}(10)}{10} \approx -0.054402111$$

EJEMPLO 3:

$$\underset{x \to 1}{\text{Lim}} \frac{\text{sen(x)}}{x} = \frac{\text{sen(1)}}{1} = \text{sen(1)} \quad \text{no es necesario obtener el decimal aproximado!}$$

EJEMPLO 4:

$$\underset{x \to \pi}{\text{Lim}} \frac{\text{sen}(x)}{x} = \frac{\text{sen}(\pi)}{\pi} = \frac{0}{\pi} = 0$$

EJEMPLO 5:

$$\underset{x \to \frac{\pi}{2}}{\text{Lim}} \frac{\text{sen}(x)}{x} = \frac{\text{sen}\left(\frac{\pi}{2}\right)}{\frac{\pi}{2}} = \frac{1}{\frac{\pi}{2}} = 1.\frac{2}{\pi} = \frac{2}{\pi}$$

EJEMPLO 6:

$$\lim_{x\to 2\pi}\frac{sen(x)}{x}=\frac{sen(2\pi)}{2\pi}=\frac{0}{2\pi}=0$$

En conclusión..., ¿qué ocurrió en todos estos casos? El límite NO ESTABA INDETERMINADO!

En cambio..., qué ocurre en los siguientes ejemplos:

$$\lim_{x\to 2}\frac{\text{sen}(x-2)}{x-2}$$

$$\lim_{x\to 5}\frac{\text{sen}(x-5)}{x-5}$$

$$\lim_{x \to -4} \frac{\text{sen}(x+4)}{x+4}$$

$$\underset{x \to \pi}{\text{Lim}} \frac{\text{sen}(x-\pi)}{x-\pi}$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{\text{sen}(3x)}{5x}$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{\text{sen}(8x)}{7x^2}$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{\text{sen}(4x)}{3x}$$

Todos estos límites están indeterminados!!

Y lo que tienen en común todos ellos en el fondo de base es el siguiente límite:

$$\lim_{x\to 0} \left(\frac{\text{sen}(x)}{x} \right) =$$

Éste límite pareciera que estuviese indeterminado ya que si hacemos tender la x a cero ese numerador y ese denominador también tienden a cero, pero, SE DEMUESTRA que no es así sino que el límite es igual a 1.

Es por esto que en la demostración de $\lim_{x\to 0} \frac{\text{sen}(x)}{x}$ interesa tender la x a cero y no a otro valor! Porque hay que demostrar que ESTE límite (cuando x tiende a cero, no con otra tendencia) para <u>aplicar la conclusión en otros límites indeterminados!!!!</u> (la conclusión es que da 1)

Cualquier otra duda ya saben... A un clic! =)

<u>TEÓRICO</u>

Siendo f(x) una función continua en x = a recordemos que la derivada de una función en x = a se define como:

$$f^{\dagger}(a) = \lim_{h \to 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

Otros autores llaman a ese incremento de la variable Δx quedando entonces expresada la derivada de la siguiente manera:

$$f^{\dagger}(a) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(a + \Delta x) - f(a)}{\Delta x}$$

También es usual usar otra definición que no involucra de manera tan explícita al incremento de la variable:

$$f^{\dagger}(a) = \lim_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

Si en lugar de hallar la derivada de una función en un punto $\mathbf{x}=\mathbf{a}$, lo hacemos para todo x, estaremos hallando una fórmula general llamada FUNCIÓN DERIVADA o DERIVADA DE LA FUNCIÓN, que se simboliza con $\mathbf{f}^{\dagger}(\mathbf{x})$, quedando su expresión bajo la forma:

$$f^{\dagger}(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

Para hallar las derivadas de las distintas funciones existen dos métodos: una de las maneras es como estuvimos diciendo, derivar una función aplicando la DEFINICIÓN DE DERIVADA y la otra es aplicando fórmulas y propiedades que comúnmente llamamos "derivar por tabla".

La tabla de derivadas está formada por las derivadas de las principales funciones matemáticas en su forma más simple. Esta tabla se construye en gran medida¹ derivando dichas funciones básicas por definición.

¹ <u>Aclaración</u>: No todas las funciones mencionadas en el cuadro se derivan utilizando la definición de derivada.

La tabla que usaremos es la siguiente:

	f(x)	$f^{\dagger}(x)$
1	k	0
2	Х	1
3	k·x	k
4	k · g(x)	$k \cdot g^{\dagger}(x)$
5	x ⁿ	n⋅x ⁿ⁻¹
6	$\frac{1}{x}$	$\frac{-1}{x^2}$
7	\sqrt{x}	$\frac{1}{2 \cdot \sqrt{x}}$
8	ln(x)	$\frac{1}{x}$
9	e ^x	e ^x
10	a ^x	a ^x ·ln(a)
11	e ^{g(x)}	$e^{g(x)}.g^{ }(x)$
12	a ^{g(x)}	$a^{g(x)}.g^{I}(x)$
13	sen(x)	cos(x)
14	cos(x)	-sen(x)
15	tg(x)	$\frac{1}{\cos^2(x)} = \sec^2(x) = 1 + tg^2(x)$

16	arcsen(x)	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
17	arccos(x)	$\frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$
18	arctg(x)	$\frac{1}{1+x^2}$

Esta tabla continúa, no está completa, sólo hemos escrito algunas de las funciones principales y sus respectivas derivadas. Son las que más usaremos en los ejercicios.

La propuesta entonces es construir <u>parte de esa tabla</u> de derivadas.

Se pide concretamente hallar <u>aplicando la definición de derivadas</u>, las derivadas de las funciones: 1 al 4, 6 al 8, 13 y 14.

Ejemplo:

Hallo la derivada por definición de f(x) = x

$$f^{\dagger}\left(x\right)=\lim_{h\to 0}\frac{f\left(x+h\right)-f\left(x\right)}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{x+h-x}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{\cancel{x}+h-\cancel{x}}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{\cancel{h}}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{\cancel{h}}{\cancel{h}}=\lim_{h\to 0}1=1$$
 Luego:

Si
$$f(x) = x$$
 resulta $f^{\dagger}(x) = 1$

Listo! Tiene uno menos...! Uy...! Era uno de los más fáciles...! Upsss... :P



Pregunta del alumno sobre una de las derivadas:

Hello!!!!!!! No se si entndi bien!!!! hago las derivadas de todas las constantes o el resultado me tiene que dar la constante???

Porque vos hiciste la derivada de "x" que te da "1". Pero la derivada de la constante es "0" y todos me van a dar "0".

Respuesta del tutor:

No entiendo bien tu pregunta...

Vos tenés que hacer la derivada de f(x)=k pero así!, con k, no con números! y como bien vos decía te va a dar 0... claro! si usaras números como 7, o 4, p18 o lo que sea también te daría 0, pero hay que hacerlas en forma genérica!

Después tenés que seguri haciendo las deirvadas del resto de las funciones que indico... Ahora mejor.....??

Pregunta del alumno:

El problema es el siguiente: yo se que la derivada de la constante es 0, pero yo reempleze la constante en el mismo lugar que vos pusiste la "x". Pero si hago lo mismo me va a dar 1.

Busque en internet (mal, pero estoy en el local y no traje el libro)hacen "desaparecer" la "h" del numerador. Para que despues me quede en "0". Cuestion que no se porque hacen "desaparecer" la "h". Pense que tal vez porque tiende a 0, pero si tiende a 0 el numerador, tiende a 0 el denominador, por lo tanto se irian las 2 "h". Y

Y sin embargo la "h" del denominador queda. NO ENTIENDO EL PORQUE!!!!!!!!!!!!!!

Respuesta del tutor

Ahí te preparo un archivo y te lo mando resuelto en el transcurso del día....! Si después así y todo no entendés me volvés a preguntar...! Porque la cuestión es que no sé que es lo que estarás mirando...

Derivada por definición de la función constante

Sea f(x) = k, vamos a hallar f(x) usando la definición.

Recordemos primero la definición de derivada:

$$f^{\dagger}(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

Luego aplicando la definición tenemos que:

$$f^{\dagger}(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim_{h \to 0} \frac{k - k}{h}$$

Aquí muchas veces aparecen las dudas...

El tema es: como la función en cuestión es la función constante

¿cuánto es la imagen de 5, por ejemplo? Rta: k

¿y cuánto es la imagen de 7? Rta: k

¿y la imagen de -3...? Rta: k

¿y cuánto es la imagen de 789? Rta: k

¿y la imagen de -123,78? Rta: k

¿y la imagen de 267? Rta: k

¿y la imagen de s? Rta: k

¿y la imagen de a? Rta: k

¿y la imagen de x? Rta: k

¿y la imagen de x+h? Rta: k

O sea, que:

$$f(x+h)=k$$

Υ

$$f(x) = k$$

Por eso queda el límite escrito así...

$$f^{\dagger}(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim_{h \to 0} \frac{k - k}{h}$$

Luego, OBVIAMENTE:

$$\mathbf{k} - \mathbf{k} = \mathbf{0}$$

O sea que nos queda:

$$f^{\mid}(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim_{h \to 0} \frac{k - k}{h} = \lim_{h \to 0} \frac{0}{h}$$

Y en este último paso uno puede llegar a confundirse y decir que:

 $\underset{h\to 0}{lim} \frac{0}{h} \ \ \text{est\'a indeterminado......, pero No es as\'i!!!}$

Puesto que en $\lim_{h\to 0} \frac{0}{h}$ NO TIENDEN A CERO EL NUMERADOR Y EL DENOMINADOR...!!!

En $\lim_{h\to 0} \frac{0}{h}$ SÓLO TIENDE A CERO EL DENOMINADOR!

EL NUMERADOR NO TIENDE A CERO, EL NUMERADOR ES CERO QUE ES MUY DISTINTOOO...! :o

O sea que el límite $\lim_{h\to 0} \frac{0}{h}$ NO está indeterminado!!

¿y cuánto es entonces...?

Hagamos cuentas!! CON LA CALCULADORA...!

La pregunta es: ¿cuánto da CERO dividido por algo que TIENDE a CERO?

(RECORDEMOS QUE ALGO QUE TIENDE A CERO SE DECÍA INFINITÉSIMO!)

¿Cuánto es? Eeeeehhh...??

Por DERECHA DE CERO:

$$\frac{0}{0.9} = 0$$

$$\frac{0}{0.5} = 0$$

$$\frac{0}{0.1} = 0$$

$$\frac{0}{0.01} = 0$$

$$\frac{0}{0.001} = 0$$

$$\frac{0}{0.0000001} = 0$$

Conclusión:

$$\lim_{h\to 0^+}\frac{0}{h}=0$$

Ahora por IZQUIERDA:

$$\frac{0}{-0.8}=0$$

$$\frac{0}{-0.3}=0$$

$$\frac{0}{-0,1}=0$$

$$\frac{0}{-0.01} = 0$$

$$\frac{0}{-0,0001} = 0$$

$$\frac{0}{-0,00000001} = 0$$

O sea:

$$\lim_{h\to 0^-}\frac{0}{h}=0$$

Entonces como los límites laterales son iguales, EXISTE el límite de la función y vale LO MISMO que los laterales:

$$\lim_{h\to 0}\frac{0}{h}=0$$

Finalmente, si escibimos todos los pasos juntos queda así:

$$f^{\mid}\big(x\big)=\lim_{h\to 0}\frac{f\big(x+h\big)-f\big(x\big)}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{k-k}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{0}{h}=0$$

Con lo cual queda demostrado que si f(x) = k resulta $f^{\dagger}(x) = 0$.

Y....?? Ahora entendiste? O alguna duda aún queda...???

Nuevamente la respuesta del alumno:

Yes!!!!!!

Graciassss!!!

Otro de los alumnos respondió a uno de los puntos:

$$\frac{G}{F(x)} = \frac{1}{x}$$

$$\frac{1}{h + o} = \frac{1}{x + h} = \frac{1}{x^2 + h} = \frac{1}{x^2 + oy} = \frac{1}{x^2}$$

$$\frac{1}{h + o} = \frac{1}{(x + h) + x} = \frac{1}{x^2 + h} = \frac{1}{x^2 + oy} = \frac{1}{x^2}$$

$$\frac{1}{h + o} = \frac{1}{(x + h) + x} = \frac{1}{x^2 + h} = \frac{1}{x^2 + oy} = \frac{1}{x^2}$$

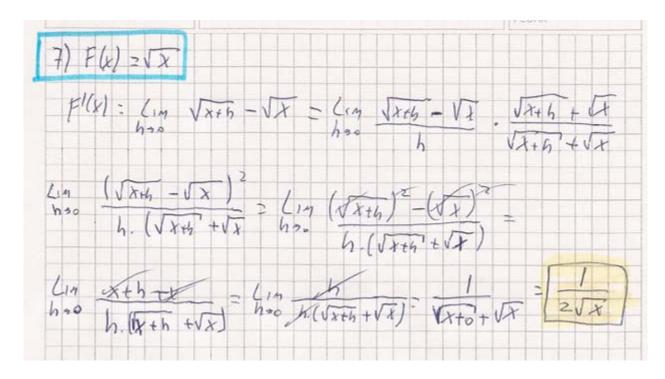
$$\frac{1}{x^2} = \frac{1}{x^2}$$

$$\frac{1$$

Luego, como la duda continuaba a pesar de las indicaciones que se brindaban vía mensajes, se elaboró otro Apunte ya que se consideró que éste es uno de los errores típicos que los alumnos cometen. Incluímos aquí ese apunte:

Corrección de error:

Usted escribió...



A ver, el error no está en todo, obvio!, por eso a usted le parece que es muy parecido a lo que ve en los libros y en los prácticos y en internet...

Pero hay dos errores, que tienen que ver con el tema Factoreo!

El tema son dos pasos que están mal y que es el TÍPICO ERROR que comete la gran mayoría... =S

Básicamente usted confunde el cuadrado de una diferencia $\left(a-b\right)^2$, con una diferencia de cuadrados a^2-b^2 , pensando que es lo mismo...!!!

Y lamento informarle que NO ES LO MISMO!!!

$$\left(a-b\right)^2 \neq a^2-b^2$$

¿Lo mostramos con un ejemplo concreto, o sea con números?

$$(5-2)^2 \dots 5^2 - 2^2$$

$$(3)^2$$
...... 25 – 4

9..... 21

9 ≠ 21

Entonces:

$$(5-2)^2 \neq 5^2 - 2^2$$

Para mostrarle CLARAMENTE donde están los errores y cómo sería lo correcto le escribo:

ERROR 1:

Usted escribe:

$$\left(\sqrt{x+h} - \sqrt{x}\right) \cdot \left(\sqrt{x+h} + \sqrt{x}\right) = \left(\sqrt{x+h} - \sqrt{x}\right)^2$$
 ESTO ESTÁ MAL

LO CORRECTO ES:

$$(\sqrt{x+h} - \sqrt{x}) \cdot (\sqrt{x+h} + \sqrt{x}) = (\sqrt{x+h})^2 - (\sqrt{x})^2$$
 ese es el primer error y que desencadena el segundo error...

ERROR 2:

Usted escribe:

$$\left(\sqrt{x+h}-\sqrt{x}\,\right)^2=\left(\sqrt{x+h}\,\right)^2-\left(\sqrt{x}\,\right)^2$$
 ESTO TAMBIÉN ESTÁ MAL

LO CORRECTO ES:

 $\left(\sqrt{x+h}-\sqrt{x}\right)^2 = \left(\sqrt{x+h}\right)^2 - 2\cdot\sqrt{x+h}\cdot\sqrt{x} + \left(\sqrt{x}\right)^2 \quad \text{aunque ya esto a usted no}$ le sirve para nada... (es por esto que se comete el segundo error para compensar el primero! y arribar a lo que se quiere), pero si usted escribe $\left(\sqrt{x+h}-\sqrt{x}\right)^2 \quad \text{no puede}$ escribir luego otra cosa que no sea $\left(\sqrt{x+h}\right)^2 - 2\cdot\sqrt{x+h}\cdot\sqrt{x} + \left(\sqrt{x}\right)^2$

En definitiva, comúnmente se confunde una Diferencia de Cuadrados con el Cuadrado de una Diferencia..., tanto sea en su forma factoreada como en su forma polinómica (en términos).

Forma Factorizada	Forma Polinómica o Desarrollo en términos		
$(a-b)^2$	$a^2-2\cdot a\cdot b+b^2$		
Cuadrado de una Diferencia o también llamado Cuadrado de un Binomio	Trinomio Cuadrado Perfecto		
$(a-b)\cdot(a+b)$ No tiene un nombre específico	a² − b² Diferencia de Cuadrados		

Y para finalizar le recuerdo que no es lo mismo que una chica diga:

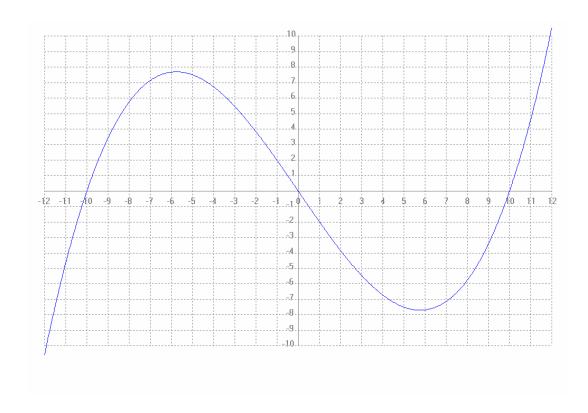
-El cuadrado de un binomio que cuadrado de mi novio!!!!

<u>TEÓRICO</u>

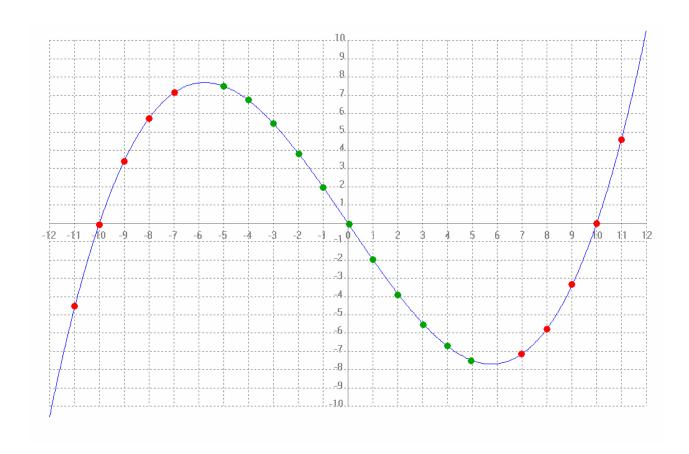
Vamos a ir construyendo este TEÓRICO de a poco... ©

Lea lo siguiente y complete lo que al final le pregunto:

Sea f(x) una función derivable sobre un intervalo (-12;12):



Nos interesa saber, en primera medida, qué le ocurre a la función en los puntos indicados...



Nótese que hay puntos verdes y puntos rojos...!!!!
¿Cómo se comporta dicha función en los puntos ROJOS y cómo se comporta en los puntos VERDES?

Puede decir algo de la función en esos puntos...? Cómo es...??

Hasta aquí fue lo que primero se envió a todos. Luego "a medida que contestaban" si estaba bien la respuesta se les agregaba a cada uno la continuación y sino se les devolvía con el error marcado para que puedieran corregirlo.

Decíamos, si el TEÓRICO estaba bien se les agregaba lo siguiente:

En los puntos rojos la función es CRECIENTE y en los puntos verdes la función es DECRECIENTE...

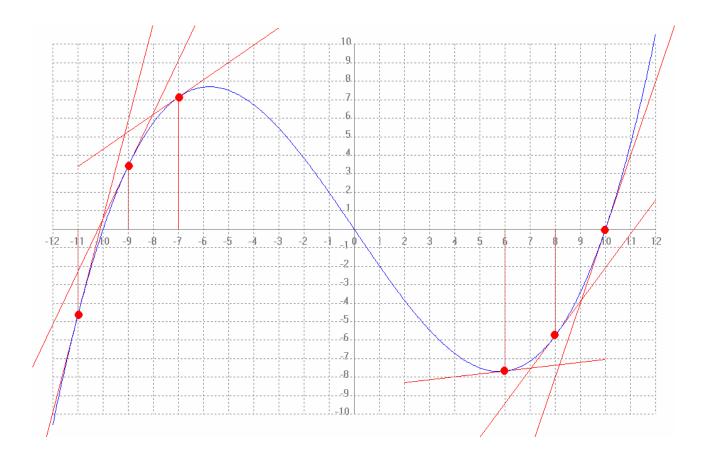
Ahora bien, lo siguiente es poder vincular este CRECIMIENTO y DECRECIMIENTO con el SIGNO de la DERIVADA.

Esto lo vamos a hacer de la siguiente manera:

(B)

Trazaremos primero la recta tangente en cada uno de los puntos rojos:

(no lo he hecho en todos los puntos rojos porque el gráfico quedaba muy engorroso)



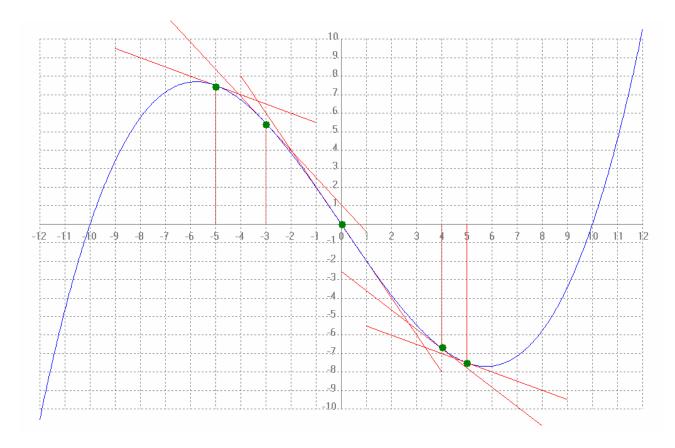
¿Cómo es el SIGNO de la pendiente de la recta tangente en cada punto rojo?

No estamos preguntando cuánto es, cuánto vale, sino solamente el SIGNO de la pendiente de cada recta tangente...!!

¿¿¿Recuerda usted cómo se podía conocer el signo de la pendiente de una recta...???



Ahora toca el turno de trazar la recta tangente en los puntos verdes :



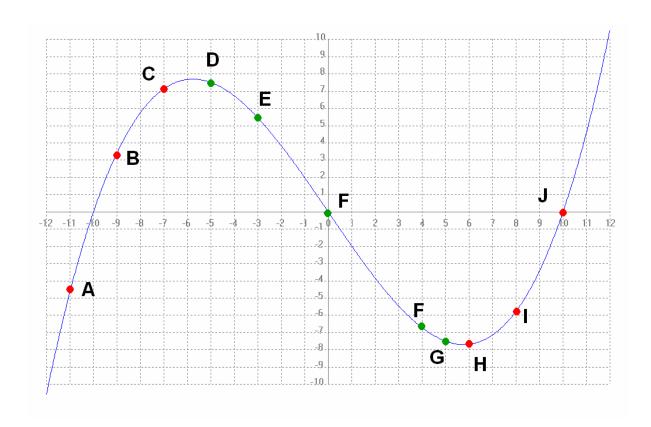
Idem...

¿Cómo es el SIGNO de la pendiente de la recta tangente en cada punto verde?

Nuevamente aquí se hacía otra pausa y esperábamos la respuesta con el mismo módus operandi, si estaba mal se corregía y se devolvía para su corrección y si estaba bien se les agregaba la siguiente parte:

Muy bien! =D

Entonces podemos reunir los datos obrtenidos hasta ahora en un cuadro, para eso pondremos nombre a los puntos rojos y verdes para hacer más fácil y ordenada la lectura:



PUNTO	FUNCIÓN (creciente o decreciente)	SIGNO de la PENDIENTE de la RECTA TANGENTE
A		
В		

Otra pausa, el mismo procedimiento a lo que luego se le agregaba lo siguiente:

¿Recuerda ahora qué "cosa" de la FUNCIÓN es la PENDIENTE de la RECTA TANGENTE?

Y si bien en este punto puede parecer MUY CORTO O MUY POCO lo que se les pedía, LO AMERITABA EL PESO DEL CONCEPTO QUE SE QUIERE RECALCAR E INCULCAR, tan fundamental, tan básico y de tanta aplicación en matemática y en otras áreas Este concepto paralemente se había trabajado en el FORO días atrás.

A continuación se agregaba lo siguiente:

MOOOOYY BIEENN...!! ③

$$m=f'\!\left(x_0\right)$$

Entonces...

Es lo mismo decir que dado cierto punto, la recta tangente tiene pendiente positiva o la función tiene derivada positiva en ese punto...!!

Podemos ampliar el cuadro y completarlo aún más:

(COMPLETE EL CUADRO)

PUNTO	FUNCIÓN	SIGNO de la PENDIENTE de la	SIGNO de f (x)
	(creciente o decreciente)	RECTA TANGENTE	` ,

А	 	
В		

Entonces, vinculemos ahora SÓLO el comportamiento de la FUNCIÓN y su DERIVADA: (COMPLETE EL CUADRO)

PUNTO	FUNCIÓN (creciente o decreciente)	SIGNO de f (x)
А		
В		
•••		

¿Puede co	onjeturar algu	una conclusión?					
	nos la última p uimos el final:	pausa operando co	on el mism	o sistema q	ue en las p	oausas a	nteriores y
A secoli e se els						d a sefimo	
Ampliando	o lo anterior a	a un INTERVALO, esta	amos en c	ondiciones	entonces c	de afirma	ar que:
Si la fur	nción es CRE	CIENTE	la DER	RIVADA de	la funciór	ı será Po	AVITIZO
Si la fund	ción es DEC	RECIENTE	la DERI	VADA de l	a función	será NE	GATIVA

<u>TEÓRICO</u>

1) Defina Diferencial de una función. Muestre en un gráfico su interpretación geométrica.

Es importante que en el gráfico aparezcan "donde corresponda" dy, dx, Δy , Δx .

2) Por convención a una derivada se la denomina con $f^{\mid}(x)$ o bien con y^{l} .

Muestre como se puede denominar a una derivada usando diferenciales.

¿De donde sale esta denominación?, ¿por qué es así?



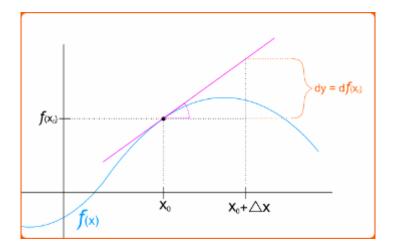
Cualquier cosa grite:

Byeee...

Primer respuesta del alumno con la respuesta del tutor:

El diferencial de una función f(x) de una única variable real x es la función df de dos variables reales e independientes $xy \Delta x$.

df(x)=f'(x).dx



2) dy = f(x)'.dx



No sé porque es así.

Respuesta del tutor

No entiendo bien cuál es la duda...! No sabés por qué es así ¿qué cosa?

A ver, yo pido:

Muestre como se puede denominar a una derivada usando diferenciales

Esto que escribiste: $dy = f(x)' \cdot dx$ no es lo que pido...,

eso que escribiste es lo del punto 1, es la definición del diferencial...,

qué pasaría si despejás lo que pregunto...??? Lo que estás buscando...?? Mmmm....

Por ahí anda la cosa...

No entendés la pregunta o no podés encontrarla? O las dos cosas?

Espero tu respuesta! :)

Nueva respuesta del alumno:

El punto 1 esta bien entonces??? Lo que no capto es el 2, no lo encontré, no lo se =(

Nueva respuesta del tutor:

Síiii...., el punto 1 está muy bien, a ver..., del punto 2:

Si el diferencial de y es:

$$dy = f^{\mid}(x).dx$$

Yo te escribí en la corrección esto:

Qué pasaría si despejás lo que pregunto...???

Es decir, partiendo de la fórmula $dy = f^{-1}(x).dx$ habría que DESPEJAR lo que pregunto, lo que pido..., ¿y qué cosa pido? A ver..., la pregunta del punto 2 es:

Muestre como se puede denominar a una derivada usando diferenciales

Denominar es llamar, nombrar, sí..., ya sé que sabés que es denominar, pero te lo digo para que pensemos que lo que te pido es de qué otra manera se puede llamar, escribir, a la derivada en función de los diferenciales...

A ver en la fórmula $dy = f^{\dagger}(x).dx$, quiénes están involucrados...?

dy dx ...

y quién más? Claro!, está f'(x)... Eeeentooonceeess, de la fórmula $\mathbf{dy} = \mathbf{f}^{-1}(\mathbf{x}).\mathbf{dx}$ DESPEJÁ f'(x) y ahí vas a encontrar LA OTRA MANERA DE DENOMINAR, ESCRIBIR, LLAMAR A LA DERIVADA pero esta vez están involucrados los Diferenciales!, entonces <u>es la manera de nombrar a la derivada pero en función de los diferenciales</u>...

Si así y todo no va, decímelo!, matar no te voy a matar, jeje, no puedo xq sos virtual..., jejejejjejeeee.... =P

Nooo, en serio, avisá y decime lo más puntual posible tu duda...

Nuevamente la respuesta del alumno:

2)

dy=f(x)'.dx

dy/dx=f'(x)

Era más fácil de lo que yo crecía =)

Nuevamente la respuesta del Tutor:

EXACTOOOOO...!!! BIEEENNN...!!! © © ©

<u>TEÓRICO</u>



A pensar...!!

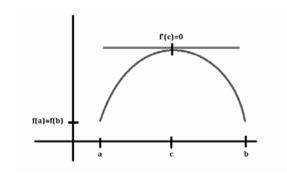
- Enuncie el Teorema de Rolle (se pronuncia "Rol") sobre funciones derivables. Este teorema es uno de los que integran los llamados TEOREMAS FUNDAMENTALES, los otros son el teorema del valor medio o de Lagrange ("Lagranyyyy" arrastre el sonido de la "ye", este teorema es bien porteño!, por la "yyyyeee", jeje...) y el de Cauchy ("Coyí").
- Con un gráfico de una función cualquiera (sin fórmula) muestre la hipótesis y la tesis.
- Luego aplique dicho teorema en el siguiente ejercicio:
 - o Compruebe que la función f(x) = sen(x) cumple las condiciones del teorema de Rolle en el intervalo $\left[0;\pi\right]$. ¿Dónde se verifica la conclusión? Grafique.

Respuesta de la Alumna con la respuesta del Tutor en Negrita:

<u>Teorema de Rolle</u>

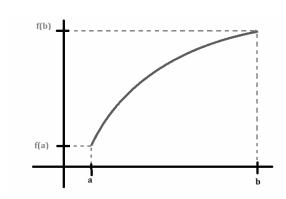
Dada una función f(x) continua en el intervalo [a;b] y derivable en (a;b) si se cumple que f(a)=f(b)

entonces, existe al menos un punto "c" entre "a" y "b" tal que F'(c)=0



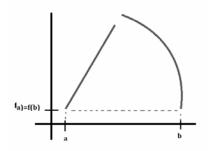
la recta tangente vale "0" cuando esta es horizontal.

MUY BIEN!



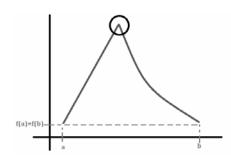
no se cumple porque $f(a) \neq f(b)$

MUY BIEN!



No se cumple porque f(x) no es continua en [a;b]

MUY BIEN!



no se cumple porque f(x) no es derivable en (a;b)

MUY BIEN!

2)

F(x)=senx $[0;\pi]$

<u>HIPÓTESIS</u>

- F(x) es continuo en $[0; \pi]$ desde la grafica
- F(x) es derivable en $(0; \pi)$ $f'(x) = \cos x$
- Falta una condición...!

<u>TESIS</u>

 $F'(c)=\cos c$

Cos c=0

 $\frac{\pi}{\text{C}} = 1,75$ Noo..., levísima dislexia...???

$$\frac{\pi}{2}=1,57...$$

Ojo! Nada grave, a mí me pasa a veces!!!

Sólo hay que estar atenta!

Me pasa cuando leo las páginas de un libro!, si leo por ejemplo el número 943, seguro que pienso 934, pero lo bueno es que me doy cuenta y vuelvo a mirar o me acuerdo y corrijo mi error...

Sabés que te lo digo, sobre todo por si te pasa más o menos seguido y por la profesión que elegiste! Tan llena de números... Fijate si te pasa y ATTENTTI, o..., quizás fue sólo cansancio!

Aparte, no es necesario obtener el decimal...

 $f(0) = f(\pi)$ Ojo! Esto iría ANTES!! Pues es parte de la hipótesis! De lo que debe darse para que se cumpla la tesis!

TESIS:

$$\exists c_{\in n}(0;\pi)/f'(c) = 0$$

Aquí iría el grafico del sen x no???, Sí...!

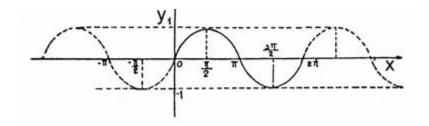
y también el del cos x????? No!, sólo la función!, no la derivada... como hiciste en ejemplo de una función cualquiera, arriba, en donde puse el asterisco *

Ya lo tengo pero tengo que escanearlo

CORREGÍ LO QUE TE MARCO Y MANDAME EL GRÁFICO QUE TE FALTA!

Nueva Respuesta de la Alumna con la respuesta del Tutor en Negrita:

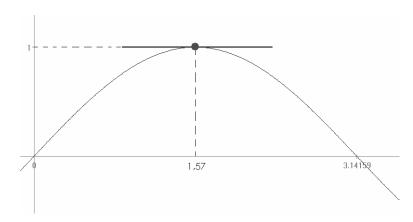
Gráfico de la alumna



El gráfico si bien no está mal no es lo que se pide, hay cosas de más.

No se trata de graficar la función y=sen(x) en Sí, se trata de graficar entre 0 y π , marcando además el punto C y mostrando que allí la recta tangente es horizontal o sea mostrando f´(c)=0.

El gráfico sería así:



En el graficador que tengo no encontré ni $\frac{\pi}{2}$ ni π , por eso escribí en decimales pero no es lo ideal...!

Igual ya está bien el TEÓRICO!!! =D

Vaya a relajarse o a seguir con otra cosa!

Te vuelvo a repetir! Vas muy bien! Y se te nota enganchada!



Sabés igual que tanto esto como lo que queda es pesado, ánimo que falta poco!!!

<u>Última pregunta de la alumna con la respuesta del tutor en Negrita:</u>

Una consultita solo para saber... Bieeeennnn...!!! =D

El grafico del sen (x) en el intervalo [0;pi], como lo hago???

el que vos me mandaste?? Sí...! Es el que yo te mandé!

porque yo saque el grafico del libro... MUY BIEN!

pero realmente no se como hacerlo bien...

tendria que hacer una tabla e ir reemplazando como cualquier funcion??? Sí....!

Te explico:

Para graficar las funciones y=sen(x) una de las formas es hacer una tabla de valores como vos decís!!

(Sería lo mismo con y=cos(x) si necesitaras en OTRO EJERCICIO)

Como la función y=sen(x) está definida para todo número real "en principio" se puede reemplazar por cualquier valor a la "x" peeerooooo (en matemática casi siempre aparece un "peeerooo") NO CONVIENE TOMAR CUALQUIER VALOR DE "X" para reemplazar!

Sino aquellos valores que al reemplazar hagan que la función tenga:

el MÁXIMO,

el MÍNIMO

y los CORTES CON EL EJE X

En el caso de la función y=sen(x) para que la función dé por resultado:

el máximo que es en y=1 "x" deberá tomar el valor Pi/2 (90°)

el mínimo que es en y=-1 "x" deberá tomar el valor 3.Pi/2 (270°)

y los cortes con el eje x que es cuando y=0 "x" deberá tomar el valor 0, el valor Pi y el valor 2.Pi

Yo te estoy dando ALGUNOS de los valores, los que permiten graficar la función entre 0 y 2.Pi que es lo típico!

Pero en el caso de ESTE ejercicio, sólo basta darle a la x los valores 0, Pi/2 y Pi.

Luego, sabiendo "como" es la curva con esos tres puntitos graficás y listo.

Espero haberte aclarado un poco el panorama!!! Cariños.